I. megoldás. Rajzoljuk meg az ABC háromszög BA oldala mellé B-ben a B_1 szöget és hosszabbítsuk meg a CA oldalt, míg az a B_1 szög másik szárát C'-ben metszi. Így kapjuk a BCC' háromszöget, melyben BA a CBC' szög szögfelezője. Legyen $AC' = b'$ és $BC' = a'$. Mint ismeretes *(K.M.L.V.96.l.)*

$$aa' = bb' + \overline{BA}^2 = c^2 + bb'. \tag{1}$$

De a föltételeknek megfelelő bármely háromszög hasonló az ABC' háromszöggel s így, ha egy ilyen háromszögnek oldalai a_1, b_1 és c_1, akkor

$$c : c_1 = b' : b_1 = a' : a_1,$$

miből

$$b' = \frac{cb_1}{c_1} \text{ és } a' = \frac{a_1 c}{c_1},$$

mely értékeket (1)-be téve, ered:

$$a\frac{a_1 c}{c_1} = c^2 + b\frac{cb_1}{c_1}$$

vagy

$$aa_1 = bb_1 + cc_1.$$

(Bayer Nándor, Losoncz.)

II. megoldás.

$$\frac{b}{a} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}, \quad \frac{b_1}{a_1} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha},$$

$$\frac{c}{a} = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}, \quad \frac{c_1}{a_1} = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha}.$$

Eme egyenletekből ered, hogy

$$\frac{bb_1}{aa_1} = \frac{\sin^2\beta}{\sin^2\alpha}, \quad \frac{cc_1}{aa_1} = \frac{\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}{\sin^2\alpha},$$

az utolsó két egyenletet egymáshoz adva,

$$\frac{bb_1 + cc_1}{aa_1} = \frac{\sin^2\beta + \sin^2\alpha\cos^2\beta - \cos^2\alpha\sin^2\beta}{\sin^2\alpha} =$$

$$= \frac{\sin^2\beta(1-\cos^2\alpha) + \sin^2\alpha\cos^2\beta}{\sin^2\alpha} = 1$$

s így

$$bb_1 + cc_1 = aa_1.$$

(Pauli József, Nagykikinda.)