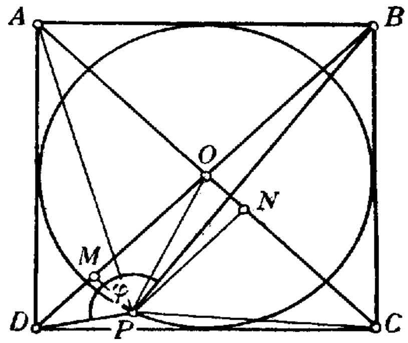
Legyen

$$DBP\sphericalangle=\varphi,\ DB=AC=a,\ PM\perp BD,\ PN\perp AC.$$



Ekkor

$$\sin\varphi=\frac{2\cdot DBP\Delta}{PB\cdot PD}=\frac{2\cdot a\cdot PM}{2\cdot PB\cdot PD}$$

és

$$\cos\varphi=\frac{\overline{DP}^2+\overline{PB}^2-a^2}{2\cdot PB\cdot PD},$$

vagy minthogy (K. M.L. IV. 63.)

$$\overline{DP}^2+\overline{PB}^2=2\cdot\overline{PO}^2+2\cdot\overline{OB}^2,$$

azért

$$\cos\varphi=\frac{2\cdot\overline{PO}^2+2\cdot\overline{OB}^2-a^2}{2\cdot PB\cdot PD}==-\frac{2r^2}{2\cdot PB\cdot PD};$$

így tehát

$$\mathrm{tg}\varphi=\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}=\frac{2\cdot a\cdot PM}{-2r^2}=-\frac{2\sqrt{2}\cdot PM}{r},$$

hasonlóképpen nyerjük, hogy

$$\mathrm{tg}\psi=-\frac{2\sqrt{2}\cdot PN}{r}$$

és így

$$\mathrm{tg}^2\varphi+\mathrm{tg}^2\psi=\frac{8\cdot\overline{PM}^2}{r^2}+\frac{8\cdot\overline{PN}^2}{r^2}=8\frac{\overline{PM}^2+\overline{PN}^2}{r^2}=8.$$

(Pichler Sándor, Budapest.)