

1. $a^2 - 1$ és $b^2 - 1$ osztható $2^3 \cdot 3$ -mal. Minthogy a abszolút prímszám, azért $a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1)$ kifejezésben úgy $a + 1$ mint $a - 1$ osztható 2-vel, sőt az egyik tényező osztható 4-gyel, mert két egymásra következő páros szám egyike mindig többszöröse 4-nek. Azonkívül az egyik tényező 3-mal is osztható, mert $a - 1$, a , $a + 1$ a természetes számsornak három egymásra következő tagja. Ennélfogva $a^2 - 1$ s ugyanígy $b^2 - 1$ is osztható $2^3 \cdot 3$ -mal.

2. $a^6 - b^6$ osztható $2^3 \cdot 3^2$ -tel. Két, 3-nál nagyobb abszolút prímszám négyzeteinek különbsége mindig osztható $24 = 2^3 \cdot 3$ -mal (Math. Gyakorló. könyv I. 134. feladat), továbbá ha az a és b számok nem oszthatók 3-mal, akkor $a^6 - b^6$ osztható $9 = 3^2$ -vel (K. M. L. XI. 21. l.). Így tehát $a^6 - b^6$ osztható $2^3 \cdot 3^2$ -tel.

3. $a^6 - b^6$ osztható 7-tel. A feladat értelmében a és b ilyen alakúak $7P \pm 1$, $7P \pm 2$, $7p \pm 3$. Ha e számokat 6-tal hatványozzuk, akkor ilyen alakú kifejezések erednek:

$$7q + 1^6 = 7q + 1,$$

$$7r + 2^6 = 7r + 64 = 7r' + 1,$$

$$7s + 3^6 = 7s + 729 = 7s' + 1.$$

Miből látható, hogy $a^6 - b^6$ mindig többszöröse 7-nek.

4. Az eddigiek alapján tehát a megadott kifejezés osztható

$$2^9 \cdot 3^4 \cdot 7 = 290304 \text{ -gyel.}$$

(Ehrenfeld Nándor, Nyitra.)