Jelöljük A'-, B'-, C'-vel az ABC háromszög oldalainak felezőpontjait, továbbá O-val a háromszög köré írható kör középpontját.

Minthogy $AB'OC'$ négyszög húrnégyszög, azért erre a négyszögre alkalmazható Ptolemaios tétele, mely szerint:

$$AB' \cdot OC' + AC' \cdot OB' = B'C' \cdot AO. \tag{1}$$

Ismeretes (K. M. L. VII. 144. l.) hogy minden háromszögben

$$OA' = \frac{AM}{2}, OB' = \frac{BM}{2},\ OC' = \frac{CM}{2}, \tag{2}$$

ahol M a háromszög magassági pontja.

Ha még tekintetbe vesszük, hogy

$$AB' = \frac{b}{2},\ AC' = \frac{c}{2},\ B'C' = \frac{a}{2},\ \text{és } OA = R,$$

akkor az (1) alatti egyenlőség így is írható:

$$b\frac{CM}{2} + c\frac{BM}{2} = aR. \tag{3}$$

Ugyanígy nyerjük az

$$a\frac{BM}{2} + b\frac{AM}{2} = cR. \tag{4}$$

és

$$c\frac{AM}{2} + a\frac{CM}{2} = bR. \tag{5}$$

egyenleteket is. Másrészt azonban a háromszög kettős területe

$$2t = a \cdot A'O + b \cdot B'O + c \cdot C'O = (a+b+c)r.$$

A (2) alatti összefüggéseket tekintetbe véve, ez utóbbi egyenlet így is írható:

$$a\frac{AM}{2} + b\frac{BM}{2} + c\frac{CM}{2} = (a+b+c)r. \tag{6}$$

Adjuk össze a (3), (4), (5) és (6) alatti egyenleteket, akkor ered:

$$(a+b+c)\left(\frac{AM}{2} + \frac{BM}{2} + \frac{CM}{2}\right) = (a+b+c)(R+r)$$

vagy

$$AM + BM + CM = 2R + 2r.$$

(Strasser István, Budapest.)