Legyen

$$x^2-3xy+2y^2+x-y=13p \tag{1}$$

és

$$x^2-2xy+y^2-5x+7y=13p' \tag{2}$$

(1) így is írható:

$$(x-y)(x-2y+1)=13p.$$

E kifejezés akkor osztható 13-mal, ha vagy $(x-y)$, vagy $(x-2y+1)$ osztható 13-mal. Lássuk e két esetet külön-külön.

1° Legyen

$$x-y=13q$$

vagy

$$x=13q+y.$$

x-nek eme értékét (2)-be téve:

$$x^2-2xy+y^2-5x+7y=(x-y)^2-5x+7y=13p',$$

vagy, minthogy $(x-y)$ osztható 13-mal:

$$7y-5x=13q'$$

s így

$$7y-5(13q+y)=13q'$$

miből

$$y=13q''$$

és így

$$x=13q+13q''.$$

Minthogy x és y osztható 13-mal, ennélfogva a harmadik kifejezés minden tagja, s így ez egész kifejezés is osztható 13-mal.

2° Legyen

$$x-2y+1=13r,$$

vagy

$$x=13r+2y-1. \tag{3}$$

x-nek eme értékét (2)-be téve, ered 3

$$y^2=5y-6+13r' \tag{4}$$

(1)-et (2)-ből kivonva:

$$xy-y^2-6x+8y=13r''. \tag{5}$$

Végre szorozzuk meg a (3) kifejezés minden tagját 6-tal, akkor ered:

$$12y-6+13r'''=6x. \tag{6}$$

Ha a (4), (5) és (6) egyenlőséget összeadjuk, akkor lesz:

$$xy-12x+15y=13s$$

s így látjuk, hogy a harmadik kifejezés ismét osztható 13-mal.

(Haar Alfréd, Budapest.)