1°. Ismeretes, hogy

$$a=-(x_1+x_2+x_3), \tag{1}$$

$$b=x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1, \tag{2}$$

$$c=-x_1x_2x_3. \tag{3}$$

(1)-ből

$$x_2=-(x_1+x_3)-a=-2x_2-a,$$

s így

$$x_2=-\frac{a}{3}. \tag{4}$$

(2)-ből

$$x_2(x_1+x_3)+x_3x_1=b,$$

s így

$$-\frac{a}{3}\cdot-\frac{2a}{3}+\frac{3c}{a}=b,$$

vagy

$$2a^3+27c-9ab=0. \tag{5}$$

Az egyenlet gyökei:

$$x_1=-\frac{a}{3}+\sqrt{\frac{1}{3}a^2-b},\qquad x_2=-\frac{a}{3},\qquad x_3=-\frac{a}{3}-\sqrt{\frac{1}{3}a^2-b}.$$

2°. (3)-ból $x_2^3=-c$, s így $x_2=-\sqrt[3]{c}$.
(1)-ből és (2)-ből

$$x_1+x_3=-a-x_2,$$

$$x_2(x_1+x_3)+x_3x_1=b,$$

vagy

$$-x_2(a+x_2)+x_2^2=b,$$

$$-ax_2=b,$$

s így

$$a^3c=b^3. \tag{6}$$

Az egyenlet gyökei:

$$x_1=\frac{1}{2a}(b-a^2+\sqrt{(b-a^2)^2-4b^2}),\qquad x_2=-\frac{b}{a},$$

$$x_3=\frac{1}{2a}(b-a^2-\sqrt{(b-a^2)^2-4b^2}).$$

3°.

$$a=-\left(x_2+\frac{2x_1x_3}{x_2}\right),$$

$$b=x_2\cdot\frac{2x_1x_3}{x_2}+x_3x_1=3x_1x_3,$$

$$c=-\frac{bx_2}{3}.$$

Eme egyenletekből

$$a=-\frac{3c}{b}-\frac{2b^2}{9c},$$

vagy

$$9abc-27c^2-2b^3=0. \tag{7}$$

Az egyenlet gyökei:

$$x_1 = \frac{3c - ab}{2b} + \sqrt{\left(\frac{3c - ab}{2b}\right)^2 - \frac{b}{3}}, \qquad x_2 = -\frac{3c}{b},$$

$$x_1 = \frac{3c - ab}{2b} - \sqrt{\left(\frac{3c - ab}{2b}\right)^2 - \frac{b}{3}}.$$

(Krampera, Gyula, Debreczen.)

A feladatot még megoldották: Blum J., Brámer A., Csada I., Dömény I., Fekete M., Fodor H., Földes R., Haar A., Harsányi Z., Heimlich P., Jánosy Gy., Kirchknopf E., Kiss J., Messer P., Rosenberg J., Ruvald S., Sonnenberg J.