Ismeretes, hogy a mathematikai valószínűséget a kedvező és az összes lehetséges esetek számának a viszonya adja. Minthogy $1,\ 2,\ 3,\ \dots\ n-1,\ n$ golyót húzhatunk, azért a lehetséges esetek száma l, az n elemből alakítható 1-es, 2-es, 3-as, ... n-es combinácziók összegével egyenlő; tehát

$$l=\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\binom{n}{3}+\ \dots+\ \binom{n}{n-1}+\binom{n}{n}.$$

Hogy eme összeget meghatározhassuk, legyen az

$$(a+b)^n=\binom{n}{0}a^n+\binom{n}{1}a^{n-1}b+\binom{n}{2}a^{n-2}b+\dots+\binom{n}{n-1}ab^{n-1}+\binom{n}{n}b^n.$$

egyenlőségben $a=b=1$. Ekkor

$$2^n=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\binom{n}{3}+\ \dots\ +\binom{n}{n-1}+\binom{n}{n},.$$

tehát

$$l=2^n-1.$$

Határozzuk meg ezek után a kedvező esetek számát. Minthogy $2,\ 4,\ 6,\ \dots$ golyó $\binom{n}{2},\ \binom{n}{4},\ \binom{n}{6},\dots$ féleképpen húzható, azért a kedvező esetek száma k, lesz:

$$k=\binom{n}{2}+\binom{n}{4}+\binom{n}{6}+\ \dots$$

Legyen először n páros szám, akkor minthogy

$$(1-1)^n=0=\binom{n}{0}-\binom{n}{1}+\binom{n}{2}-\binom{n}{3}+\ \dots\ +\binom{n}{n-2}-\binom{n}{n-1}+\binom{n}{n},$$

azért

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{2}+\binom{n}{4}+\binom{n}{6}+\ \dots\ +\binom{n}{n}=\binom{n}{1}+\binom{n}{3}+\binom{n}{5}+\ \dots\ +\binom{n}{n-1}=\frac{2^n}{2},$$

tehát

$$k=2^{n-1}-\binom{n}{0}=2^{n-1}-1.$$

Hasonlóképpen, ha n páratlan szám:

$$k'=\binom{n}{2}+\binom{n}{4}+\ \dots\ +\binom{n}{n-1}=\binom{n}{1}+\binom{n}{3}+\binom{n}{5}+\ \dots\ +\binom{n}{n}-\binom{n}{0}=\frac{2^n}{2}-1=2^{n-1}-1.$$

Látjuk tehát, hogy a kedvező esetek száma mindkét esetben $2^{n-1}-1$.

Így tehát a keresett valószínűség:

$$v=\frac{2^{n-1}-1}{2^n-1}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2^n-1}.$$

A fordított valószínűség, vagyis annak valószínűsége, hogy a húzott golyók száma páratlan:

$$v=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2^n-1}.$$

Eredményeink mutatják, hogy a páratlan számú golyók húzásának valószínűsége nagyobb. Mindkét valószínűség annál jobban közelíti meg az $\frac{1}{2}$-et, minél nagyobb n.

(Kürti Imre, Eger.)

A feladatot még megoldották: Bartók I. és Schmidl I. műegyetemi hallgatók, továbbá Ádámffy E., Dömény I., Fodor H., Fuchs I., Haar A., Krampera Gy., Messer P., Pichler S., Rássy P., Schwarz Gy.