

I. megoldás. A megadott egyenlet így is írható:

$$[(x-2)^2 + (x-1)^2]^2 - 2(x-2)^2(x-1)^2 = \frac{17}{4}(x-2)^2(x-1)^2,$$

vagy

$$[(x-2)^2 + (x-1)^2]^2 = \frac{25}{4}(x-2)^2(x-1)^2.$$

Mindkét oldalból négyzetgyököket vonva:

$$(x-2)^2 + (x-1)^2 = \pm \frac{5}{2}(x-2)(x-1),$$

miből

$$x^2 - 3x = 0 \quad \text{és} \quad 9x^2 - 27x + 20 = 0,$$

mely egyenletek gyökei:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = \frac{5}{3}, \quad x_4 = \frac{4}{3}.$$

(Erdős Vilmos, Budapest.)

II. megoldás. Osszuk el az egyenlet mindkét oldalát $(x-2)^2(x-1)^2$ szorzattal, akkor ered:

$$\left(\frac{x-2}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{x-2}\right)^2 = \frac{17}{4}.$$

miből, ha

$$\left(\frac{x-2}{x-1}\right) = y$$

lesz:

$$4y^4 - 17y^2 + 4 = 0,$$

mely egyenletnek gyökei: $2, -2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$.

$\frac{x-2}{x-1}$ törtet eme értékek mindegyikével egyenlővé téve, ismét ered:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = \frac{5}{3}, \quad x_4 = \frac{4}{3}.$$

(Paunz Arthur, Pécs.)

Megoldások száma: 44.