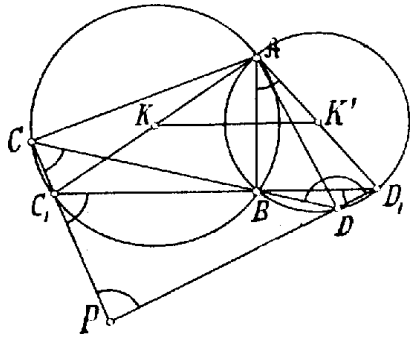
Segédtétel. Ha hasonló háromszögek egyik (P) csúcsa fix, a második (Q) csúcs pedig oly körön mozog, mely átmegy a P-n, akkor a harmadik csúcs (R) mértani helye szintén kör, mely átmegy a P ponton.

Bizonyítás. QR messe a kört S-ben; akkor a PS húr állandó, mert a PQR szög nagysága nem változik, tehát az S pont is fix. De akkor tételünk máris világos, mert állandó (PS) húr fölött állandó PRS kerületi szög mozog, tehát R a PSR körön mozog.

E segédtétellel tételeink egyszerre bebizonyíthatók.

1°. és 2°. Az ACD háromszögben a $C\sphericalangle$ és $D\sphericalangle$ állandó nagyságúak, mert mindig egyazon AB húron nyugszanak, tehát $CAD\sphericalangle$ is állandó és az ACD háromszög mindig hasonló marad önmagához, bármilyen helyzetű legyen is a CBD szelő.



Hasonlók maradnak tehát önmagukhoz az ACO, ACO_1, ACO_2, ACO_3 és ACG háromszögek is s így segédtételünk értelmében az O, O_1, O_2, O_3 és G pontok mértani helyei oly körök, melyek átmennek az A ponton is.

3°. Hasonló háromszögek között legnagyobb területe annak van, a melyikben a megfelelő szöggel szemközt fekvő oldal a legnagyobb. A mi esetünkben az ACD háromszög területe akkor legnagyobb, ha CD a legnagyobb, a mi pedig akkor következik be, ha CD párhuzamos a két adott kör centrálisával. (K. M. L. V. 37.)

4°. Minthogy

$$C_1PD_1\sphericalangle = CDD_1\sphericalangle - DCP\sphericalangle = (180^\circ - D_1AB\sphericalangle) - C_1AB\sphericalangle =$$
$$= 180^\circ - (C_1AB\sphericalangle + D_1AB\sphericalangle) = 180^\circ - C_1AD_1\sphericalangle = \text{const.},$$

azért aP pont mértani helye a C_1AD_1 háromszög köré írható kör.

(Haar Alfréd, Budapest.)

A föladatot még megoldották: Bartók I., Liebner A. m. e. hallgatók, Dömény I., Fuchs J., Kürti I., Pichler S., Rosenberg J., Schwarz Gy.