

Jelöljük  $AO$  és  $B_1C_1$  metszéspontját  $D$ -vel. AZ  $\widehat{AB_1C_1}$  idomnak  $AO$  körül való forgásából keletkezett test  $K_1$  köbtartalma egyenlő az  $AB_1OC_1$  forgásából keletkező kettős kúp és az  $OB_1C_1$  körzikk forgásából keletkező test köbtartalmának különbségével.

Ennélfogva

$$K_1 = B_1D^2\pi\frac{AO}{3} - 2r^2\pi\frac{r-OD}{3}.$$

De

$$B_1D = r \cos \frac{A}{2}, \quad AO = \frac{r}{\sin \frac{A}{2}} \quad \text{és} \quad OD = r \sin \frac{A}{2}$$

s így

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{r^3\pi \cos^2 \frac{A}{2}}{3 \sin \frac{A}{2}} - \frac{2r^3\pi}{3} \left(1 - \sin \frac{A}{2}\right) = \\ &= \frac{r^3\pi}{3 \sin \frac{A}{2}} \left[ \cos^2 \frac{A}{2} - 2 \sin \frac{A}{2} \left(1 - \sin \frac{A}{2}\right) \right] = \\ &= \frac{r^3\pi}{3 \sin \frac{A}{2}} \left[ 1 - 2 \sin \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{A}{2} \right] = \frac{r^3\pi}{3} \frac{\left(1 - \sin \frac{A}{2}\right)^2}{\sin \frac{A}{2}}. \end{aligned}$$

Ha  $K_2$  a  $\widehat{BC_1A_1}$  idomnak  $BO$  körül és  $K_3$  a  $\widehat{CA_1B_1}$  idomnak  $CO$  körül való forgásából keletkezett test köbtartalmát jelenti, akkor hasonlóképp

$$K_2 = \frac{r^3\pi}{3} \frac{\left(1 - \sin \frac{B}{2}\right)^2}{\sin \frac{B}{2}} \quad \text{és} \quad K_3 = \frac{r^3\pi}{3} \frac{\left(1 - \sin \frac{C}{2}\right)^2}{\sin \frac{C}{2}},$$

tehát

$$K_1 : K_2 : K_3 = \frac{\left(1 - \sin \frac{A}{2}\right)^2}{\sin \frac{A}{2}} : \frac{\left(1 - \sin \frac{B}{2}\right)^2}{\sin \frac{B}{2}} : \frac{\left(1 - \sin \frac{C}{2}\right)^2}{\sin \frac{C}{2}}.$$

(Csada Imre, Pápa)

*A feladatot még megoldották:* Ádámffy E., Dömény I., Fekete M., Fodor H., Földes R., Fuchs I., Haar A., Heimlich P., Hermann M., Jánosy Gy., Kiss J., Krampera Gy., Kürti I., Láng O., Messer P., Pám M., Rosenberg J., Ruvald S., Schöffler I., Schuster Gy., Schwarz Gy., Sonnenfeld J., az V. ker. matematikai kör.