a) Hogy a k, l, m számokat mint az A, B és C számok függvényeit fejezhessük ki, írjuk a

$$k\frac{x(x-1)}{2}+lx+m \tag{1}$$

kifejezést is

$$Ax^2+Bx+C \tag{2}$$

alakban. (1)-re rendezve így írható:

$$\frac{k}{2}x^2+\left(l-\frac{k}{2}\right)x+m,$$

hol most már

$$\frac{k}{2}=A, \qquad l-\frac{k}{2}=B \qquad \text{és} \qquad m=C$$

és innen

$$k=2A, \qquad l=B+\frac{k}{2}=(A+B), \qquad m=C;$$

ezen értékeket (1)-be helyettesítve (2)-t a következő módon állíthatjuk elő (1) alakjában:

$$2A\frac{x(x-1)}{2}+(A+B)x+C.$$

b) Ha (2) x-nek minden értékénél egész szám, akkor $x=0,1,-1$ esetében is, azaz az

$$N_1=C, \qquad N_2=A+B+C \qquad \text{és} \qquad N_3=A-B+C$$

számok mind egészek, valamint tehát az

$$N_2-N_1=A+B, \qquad N_3-N_1=A-B$$

számok is és ezek összege meg különbsége: $2A$ és $2B$ is. Valóban szükséges tehát, hogy

$$k=2A, \qquad l=A+B \qquad \text{és} \qquad m=C$$

egész számok legyenek. Hogy ezen számok egész volta egyszersmind elegendő is ahhoz, hogy (2) mindig egész legyen, azt a következő módon bizonyíthatjuk be. Ha A és B egész szám, világos, hogy (2) x-nek minden egész számú értékénél egész szám, ha A és B egyike nem egész, akkor a másik sem lehet egész, mert különben $A+B$ nem lehetne egész szám, így tehát ez esetben mindkettő egy páratlan szám felével egyenlő, minthogy és $2A$ és $2B$ egész szám, (2) alakja ekkor a következő:

$$\frac{2\alpha+1}{2}x^2+\frac{2\beta+1}{2}x+C=\alpha x^2+\beta x+C+\frac{x^2+x}{2},$$

mely szintén mindig egész, mert ha x páros, x^2 is az, ha meg páratlan, x^2 is páratlan, összegük x^2+x tehát mindig páros; $\alpha x^2+\beta x+C$ pedig a feltétel szerint mindig egész szám.

(König Dénes, Budapest.)

(A IX. tanulóversenyen az *első díjjal* jutalmazott dolgozat.)

A feladatot még megoldották: Dömény I., Erdős V., Fodor H., Földes R., Füstös P., Haar A., Heimlich P., Kürti I., Paunz A., Pichler S., Rosenberg J., Ruvald S., Schöffer I., Schwarz Gy., Schwarz O., Vilcsek A.