Ha $(x_1,\ y_1)$ az ellipsis pontja, akkor

$$b^2x_1^2+a^2y_1^2=a^2b^2$$

és az $(x_1,\ y_1)$ ponthoz tartozó érintő egyenlete

$$b^2x_1x+a^2y_1y-a^2b^2=0.$$

Minthogy valamely $(\xi,\ \eta)$ pontnak az $ax+by+c=0$ egyenlet által kifejezett egyenestől való távolsága

$$m=\frac{a\xi+b\eta+c}{\sqrt{a^2+b^2}},$$

azért a (O,e) és a $(0,-e)$ pontoknak az (x_1,y_1) ponthoz rajzolt érintőtől való távolsága

$$m_1=\frac{a^2y_1e-a^2b^2}{\sqrt{b^4x_1^2+a^4y_1^2}}\qquad\text{és}\qquad m_2=\frac{a^2y_1e+a^2b^2}{\sqrt{b^4x_1^2+a^4y_1^2}},$$

tehát

$$m_1^2+m_2^2=\frac{a^4(y_1e-b^2)^2+a^4(y_1e+b^2)^2}{b^4x_1^2+a^4y_1^2}=2a^2\frac{a^2y_1^2e^2+a^2b^4}{b^4x_1^2+a^4y_1^2}.$$

De

$$a^2y_1^2e^2+a^2b^4=a^2y_1^2(a^2-b^2)+a^2b^4=a^4y_1^2-b^2(a^2b^2-b^2x_1^2)+a^2b^4=a^4y_1^2+b^4x_1^2,$$

s így

$$m_1^2+m_2^2=2a^2.$$

(Messer Pál, Budapest.)

Jegyzet. Ha a $(\xi,\ \eta)$ pontnak az $ax+by+c=0$ egyenlet meghatározta egyenes tetszőleges $(x,\ y)$ pontjától való távolsága r, akkor

$$r^2=(\xi-x^2)+(\eta-y)^2=(\xi-x)^2+\left(\eta+\frac{ax+c}{b}\right)^2=$$

$$=\frac{1}{b^2}[x^2(a^2+b^2)-2x(b^2\xi-ab\eta-ac)+b^2\xi^2+(b\eta+c)^2].$$

A merőleges távolságot akkor nyerjük, ha r, s vele együtt r^2 minimum, r^2 minimum, ha

$$x=\frac{b^2\xi-ab\eta-ac}{a^2+b^2},$$

s ekkor

$$r^2=\frac{(a\xi+b\eta+c)^2}{a^2+b^2},$$

vagyis

$$r=\frac{a\xi+b\eta+c}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

A feladatot még megoldották: Csada I., Dömény I., Haar A., Kiss J., Rosenberg J., Sonnenfeld J.