A szabályos ötoldalú gúla $ABCDE$ alapjának AB oldalára megrajzoljuk az $ABFG$ négyzetét s az F és G pontokat összekötjük AE és BC metszéspontjával H-val. HF és HG meghosszabbítása DC-t és DE-t R_3-ban és R_4-ben metszi. Ha az R_3-ból és R_4-ből AG-vel rajzolt párhuzamosok BC-t és AE-t R_2-ben és R_1-ben metszik, akkor $R_1R_2R_3R_4$ a keresett négyzet. Ugyanis $R_2R_3 \parallel R_4R_1$ és $R_1R_2 \parallel R_3R_4$, mert

$$HR_2 : HB = HR_3 : HF = HR_4 : HG = HR_1 : HA.$$

Továbbá

$$R_2R_3 : BF = R_3H : EH = R_3R_4 : FG.$$

De $BF = FG$, tehát egyszersmind $R_2R_3 = R_3R_4$, s így $R_1R_2R_3R_4$ valóban a feladatnak megfelelő négyzet.

Ha $R_1R_2 = x$ és $AB = a$, akkor a DR_3R_4 háromszögből

$$DR_3 = x\frac{\sin 36^\circ}{\sin 108^\circ} = 2x \sin 18^\circ$$

és a CR_2R_3 háromszögből

$$CR_3 = x\frac{\sin 18^\circ}{\sin 108^\circ} = x \text{ tg } 18^\circ,$$

tehát

$$DR_3 + CR_3 = DC = a = x(2\sin 18^\circ + \text{tg } 18^\circ),$$

vagyis

$$x = \frac{a}{2\sin 18^\circ + \text{tg } 18^\circ}.$$

Legyen e a szabályos ötoldalú gúla oldaléle, S pedig a csúcsa. Ekkor $SR_1 = SR_2$ és $SR_3 = SR_4$. Az R_1SE háromszögből

$$SR_1^2 = ER_1^2 + e^2 - 2e \cdot ER_1 \cos SER_1.$$

De

$$ER_1 = x\frac{\sin 54^\circ}{\sin 198^\circ} = x\frac{\cos 36^\circ}{\cos 18^\circ} = \frac{a\,\cos 36^\circ}{\sin 36^\circ + \sin 18^\circ} \quad \text{és} \quad \cos SER_1 = \frac{a}{2e},$$

tehát

$$SR_1^2 = \left(\frac{a\,\cos 36^\circ}{\sin 36^\circ + \sin 18^\circ}\right)^2 + e^2 - \frac{a^2 \cos 36^\circ}{\sin 36^\circ + \sin 18^\circ}.$$

DR_3R_4 háromszögből

$$SR_3^2 = DR_3^2 + e^2 - 2e \cdot DR_3 \cos SDR_3.$$

De

$$DR_3 = x\frac{\sin 36^\circ}{\sin 108^\circ} = x\frac{\sin 36^\circ}{\cos 18^\circ} = \frac{a\,\sin 36^\circ}{\sin 36^\circ + \sin 18^\circ} \quad \text{és} \quad \cos SDR_3 = \frac{a}{2e},$$

tehát

$$SR_3^2 = \left(\frac{a\,\sin 36^\circ}{\sin 36^\circ + \sin 18^\circ}\right)^2 + e^2 - \frac{a^2 \sin 36^\circ}{\sin 36^\circ + \sin 18^\circ}.$$

(Dömény Imre, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Földes R., Haar A., Kürti I., Messer P., Rosenberg J., Sonnenfeld J.