

I. megoldás. Legyenek a csillagidomnak a kör kerületén fekvő csúcsai $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{12}$. A keresett terület egyenlő 12 egybevágó háromszög és 12 egybevágó körszelet területének összegével. A körszeletek területeinek összegét t_1 -et megkapjuk, ha a kör kerületéből kivonjuk a szabályos tizenkétszög területét; tehát

$$(1) \quad t_1 = r^2\pi - 3r^2 = r^2(\pi - 3).$$

Számítsuk most ki a háromszögek területeinek összegét, t_2 -t. Legyen A_2A_9 és A_1A_6 húrok metszési pontja C . Akkor az A_1A_2C háromszög egyenlőoldalú, mert $A_2A_1C \sphericalangle = A_1A_2C \sphericalangle = 60^\circ$ (az A_2A_6 ívhez tartozó középponti szög ugyanis 120°). Ennélfogva az A_1A_2C háromszög területe

$$\frac{\overline{A_1A_2}^2}{4} \sqrt{3} = r^2 \sin^2 15^\circ \sqrt{3} = \frac{r^2}{2} (1 - \cos 30^\circ) \sqrt{3} = \frac{r^2}{4} (2\sqrt{3} - 3).$$

Így tehát a 12 háromszög területének összege:

$$(2) \quad t_2 = 3r^2(2\sqrt{3} - 3).$$

Ennélfogva a keresett terület :

$$T = t_1 + t_2 = r^2(\pi - 3) + 3r^2(2\sqrt{3} - 3) = r^2(\pi + 6\sqrt{3} - 12) = 1,53389 r^2.$$

(Riesz Marcell, Győr.)

II. megoldás. A csillagidom területe egyenlő 24 egyenlőszárú háromszög területének összegével. Mindegyik háromszög alapja egyenlő r -rel, a kör sugarával; az alapon fekvő szögek mindegyike 15° , a magasság pedig $\frac{r}{2} \operatorname{tg} 15^\circ$. Így tehát egy-egy háromszög területe

$$\frac{r^2}{4} \operatorname{tg} 15^\circ,$$

az egész csillagidom területe pedig

$$6r^2 \operatorname{tg} 15^\circ$$

s így a keresett terület:

$$T = r^2\pi - 6r^2 \operatorname{tg} 15^\circ = r^2(\pi - 6 \operatorname{tg} 15^\circ),$$

de

$$\operatorname{tg} 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$$

s így ismét

$$T = r^2(\pi + 6\sqrt{3} - 12).$$

(Ádámffy Elek, Eger.)

A feladatot még megoldották: Dömény I., Erdős V., Földes R., Haar A., Harsányi Z., Heimlich P., Jánosy Gy., Kertész G., Kräuter F., Kürti I., Messer P., Pám M., Rássy P., Rosenberg J., Ruvald S., Schuster Gy., Schwarz Gy., Sonnenfeld J.