Minthogy

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

és

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

azért a két megadott kifejezésnek $A - B$ közös osztója; hogy ez egyúttal a legnagyobb közös osztó legyen, szükséges és elégséges, hogy az $A^2 + AB + B^2$ és $A + B$ kifejezéseknek közös osztójuk ne legyen.

Tegyük fel, hogy $A + B$ és $A^2 + AB + B^2$ kifejezéseknek van közös törzsosztójuk, akkor e közös törzsosztó egyúttal $(A + B)^2$-nek is osztója, továbbá osztója az

$$(A + B)^2 - (A^2 + AB + B^2) = AB$$

külömbségnek is. Az $A+B$ és AB kifejezések közös törzsosztója az AB szorzat egyik tényezőjének is osztója, pl. A-nak. De A-nak és $A + B$-nek közös osztója egyúttal B-nek is osztója, a mi a feltétellel ellenkezik s így $A^2 + AB + B^2$ és $A + B$ kifejezéseknek közös osztójuk nem lehet.

(Sonnenfeld József, Budapest.)

Megoldások száma: 35.