

1° Az első sor elemeit a második sor megfelelő elemeihez hozzáadva:

$$\begin{aligned}
 D &= (a+b+c) \begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ bc & ca & ab \end{vmatrix} = (a+b+c) \begin{vmatrix} -b & b-c & c \\ 0 & 0 & 1 \\ -c(a-b) & -a(b-c) & ab \end{vmatrix} = \\
 &= -(a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -c & -a \end{vmatrix} = -(a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a).
 \end{aligned}$$

2°

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{1}{abc} \begin{vmatrix} abc & a^2 & a^3 \\ abc & b^2 & b^3 \\ abc & c^2 & c^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & a^2 & a^3 \\ 1 & b^2 & b^3 \\ 1 & c^2 & c^3 \end{vmatrix} = \\
 &= (a-b)(b-c) \begin{vmatrix} 0 & a+b & a^2+ab+b^2 \\ 0 & b+c & b^2+bc+c^2 \\ 1 & c^2 & c^3 \end{vmatrix} = \\
 &= (a-b)(b-c) \begin{vmatrix} a+b & a^2 \\ b+c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c) \begin{vmatrix} a+b & a^2 \\ c-a & c^2-a^2 \end{vmatrix} = \\
 &= (a-b)(b-c)(c-a)(ab+bc+ca).
 \end{aligned}$$

3° Az első sort a többi sorból kivonva, ered:

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ -a & b & 0 & 0 \\ -a & 0 & c & 0 \\ -a & 0 & 0 & d \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{vmatrix} + a \begin{vmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ a & c & 0 \\ a & 0 & d \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & b & 0 \\ a & 0 & 0 \\ a & 0 & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & 0 \\ a & 0 & c \\ a & 0 & 0 \end{vmatrix} = \\
 &= bcd + abcd + acd + abd + abc = abcd \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right).
 \end{aligned}$$

(Riesz Marczel, Győr.)

A feladatot még megoldották: Ádámffy E., Dömény I., Fekete M., Haar A., Jánosy Gy., Krampera Gy., Kürti I., Messer P., Pám M., Rássy P., Rosenberg J., Schöffler I., Schwarz Gy., Sonnenfeld J., Söpkéz Gy., Strobl J.