Legyen valamely kör egyenlete:

$$x^2 + y^2 = r^2, \tag{1}$$

akkor a kör $(\xi,\ \eta)$ pontjához tartozó érintő egyenlete:

$$x\xi + y\eta = r^2. \tag{2}$$

Ha ez az érintő átmegy a $P(x_0,\ y_0)$ ponton, akkor

$$x_0\xi + y_0\eta = r^2 \tag{3}$$

és mivel föltételünk szerint még

$$\xi^2 + \eta^2 = r^2, \tag{4}$$

azért (3)-ból és (4)-ből a $\xi,\ \eta$ meghatározhatók, mikor is azt találjuk, hogy mind ξ-re, mind η-ra általában két értéket kapunk, tehát valamely P pontból a körhöz általában két érintőt vonhatunk.

A számítás eredménye az, hogy

$$\xi = \frac{r}{x_0^2 + y_0^2}\left(rx_0 \pm y_0\sqrt{x_0^2 + y_0^2 - r^2}\right)$$

és

$$\eta = \frac{r}{x_0^2 + y_0^2}\left(ry_0 \pm x_0\sqrt{x_0^2 + y_0^2 - r^2}\right).$$

A P ponton átmenő két érintő egyenletét már most megkapjuk, ha $\xi_1,\ \eta_1$, illetőleg $\xi_2,\ \eta_2$ értékeit a (2) egyenletbe helyettesítjük, mikor is azt találjuk, hogy

$$t_1 \equiv y = -\frac{rx_0 + y_0\sqrt{x_0^2 + y_0^2 - r^2}}{ry_0 + x_0\sqrt{x_0^2 + y_0^2 - r^2}} \cdot x + \frac{r(x_0 + y_0^2)}{ry_0 + x_0\sqrt{x_0^2 + y_0^2 - r^2}}$$

és

$$t_2 \equiv y = -\frac{rx_0 - y_0\sqrt{x_0^2 + y_0^2 - r^2}}{ry_0 - x_0\sqrt{x_0^2 + y_0^2 - r^2}} \cdot x + \frac{r(x_0^2 + y_0)}{ry_0 - x_0\sqrt{x_0^2 + y_0 - r^2}}.$$

Ha t_1 és t_2 egymásra merőlegesek, akkor iránytényezőik szorzata -1-gyel egyenlő, tehát

$$\frac{rx_0 + y_0\sqrt{x_0^2 + y_0^2} - r^2}{ry_0 + x_0\sqrt{x_0 + y_0^2 - r^2}} \cdot \frac{rx_0 - y_0\sqrt{x_0^2 + y_0^2} - r^2}{ry_0 - x_0\sqrt{x_0^2 + y_0^2 - r^2}} = -1,$$

honnan

$$(x_0 + y_0^2)(x_0^2 + y_0^2 - 2r^2) = 0.$$

Ha feltesszük, hogy P nincs a kérdőpontban, akkor

$$x_0 + y_0^2 = \overline{OP}^2 \neq 0,$$

tehát kell, hogy

$$x_0^2 + y_0^2 - 2r^2 = 0 \tag{5}$$

legyen, miből világosan látható, hogy az egymásra merőleges érintők P metszéspontjának mértani helye oly, az eredetivel koncentrikus kör, melynek sugara:

$$R = r\sqrt{2}.$$

A mi esetünkben $r^2 = 32$, tehát a mértani hely egyenlete (5)-ből:

$$x^2 + y^2 = 64. \tag{6}$$

(Antal Márkus.)