

1°. A görbék valós metszéspontjainak koordinátái:

$$\begin{aligned}x_1 &= 2; & y_1 &= 2\sqrt{3} \\x_2 &= 2; & y_2 &= -2\sqrt{3}.\end{aligned}$$

Rajzoljunk $P_1(x_1, y_1)$ pontban mind a körhöz, mind a parabolához érintőket (t_1 és t_2)-t, melyeknek egyenletei:

$$t_1 \equiv xx_1 + yy_1 = r^2$$

$$t_2 \equiv yy_1 = p(x + x_1),$$

tehát

$$t_1 \equiv y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{8}{\sqrt{3}}$$

és

$$t_2 \equiv y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \sqrt{3}.$$

E két érintő által bezárt szög tangensei:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{3}\sqrt{3}$$

vagyis

$$\alpha = 70^\circ 53' 37''.$$

2°. Ha a görbék metszéspontjai P_1 és P_2 és O a koordináták kezdőpontja, akkor a közös területrészt kiszámíthatjuk, ha a P_1P_2 húr és a $\widehat{P_1P_2}$ ívvel határolt körszelethez hozzáadjuk a P_1P_2 és a parabola által határolt területet, tehát a kettő által határolt idom területe:

$$T = \frac{4}{3}x_1y_1 + \text{körszelet területe}.$$

Ámde

$$\text{körszelet területe} = P_1OP_2, \text{ körcikk területe} - P_1OP_2\Delta.$$

Ismernünk kell tehát a P_1OP_2 szöget. Mivel

$$\operatorname{tg}\frac{P_1OP_2}{2} = \frac{y_1}{x_1} = \sqrt{3},$$

azért

$$P_1OP_2 = 120^\circ,$$

tehát:

$$\begin{aligned}\text{körszelet területe} &= \frac{r^2\pi \cdot 120^\circ}{360^\circ} - 2 \cdot \frac{x_1y_1}{2} = \\ &= \frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

és így

$$\begin{aligned}T &= \frac{16\sqrt{3}}{3} + \frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3} = \frac{4}{3}(\sqrt{3} + 4\pi) = \\ &19,06 \text{ területegység.}\end{aligned}$$

(Dömény Imre, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Ádámffy E., Bartók I., Braun J., Haar A., Kiss J., Kertész G., Kürti J., Neidenbach E., Pichler S., Rássy P., Rosenberg J., Schöffler J., Szűcs A., Tóth B.