

Ha az egyközepű körök középpontja O , akkor legyen:

$$A_1O = A_2O = A_3O = R$$

$$B_1O = B_2O = B_3O = r$$

Carnot tétele alapján:

$$\overline{A_1B_1}^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos A_1OB_1$$

$$\overline{A_2B_1}^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos A_2OB_1$$

$$\overline{A_3B_1}^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos A_3OB_1$$

tehát

$$(1) \quad \overline{A_1B_1}^2 + \overline{A_2B_1}^2 + \overline{A_3B_1}^2 = 3(R^2 + r^2) - 2Rr(\cos A_1OB_1 + \cos A_2OB_1 + \cos A_3OB_1).$$

Ha az A_1OB_1 , A_2OB_1 , A_3OB_1 szögek legkisebbikét α -val jelöljük, akkor a másik kettő ($120^\circ - \alpha$), illetőleg ($120^\circ + \alpha$)-val egyenlő, tehát:

$$\begin{aligned} & \cos A_1OB_1 + \cos A_2OB_1 + \cos A_3OB_1 = \\ & = \cos \alpha + \cos(120^\circ - \alpha) + \cos(120^\circ + \alpha) = \\ & = \cos \alpha + 2 \cdot \cos \alpha \cdot \cos 120^\circ = \cos \alpha(1 + 2 \cdot \cos 120^\circ) = 0 \end{aligned}$$

és így (1)-ből

$$\frac{\overline{A_1B_1}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + \frac{\overline{A_2B_1}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + \frac{\overline{A_3B_1}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}R^2}{4} + \frac{2\sqrt{3}r^2}{4}.$$

Eme egyenlet baloldalán az összeadandók rendre az A_1B_1 , A_2B_1 és az A_3B_1 fölé rajzolható egyenlőoldalú háromszögek területének mérőszámai, míg a jobboldalon az $A_1A_2A_3$ és a $B_1B_2B_3$ háromszögek területének mérőszámaikat találjuk, tehát tételünk igaznak bizonyult.

(*Sonnenfeld József, Budapest.*)

A feladatot még megoldották: Ádámffy E., Bartók I., Biró A., Dömény I., Friedländer H., Glück I., Haar A., Heimlich P., Hirschfeld Gy., Kertész G., Kürti I., Messer P., Neidenbach E., Pám M., Pichler S., Paunz A., Rássy P., Rosenberg J., Schöffner I., Schuster Gy., Schwemmer I., Schlesinger O., Söpkéz Gy., Szűcs A., Tóth B.