Az egyenletrendszer determinánsa

$$\begin{vmatrix} \binom{n}{0} & \binom{n}{1} & \binom{n}{2} \\ \binom{n+1}{0} & \binom{n+1}{1} & \binom{n+1}{2} \\ \binom{n+2}{0} & \binom{n+2}{1} & \binom{n+2}{2} \end{vmatrix} = D,$$

melyet mindjárt a legáltalánosabb alakjában fogunk kiszámítani. Legyen kiszámítandó tehát a

$$\Delta_k = \begin{vmatrix} \binom{n}{0} & \binom{n}{1} & \dots & \binom{n}{k} \\ \binom{n+1}{0} & \binom{n+1}{1} & \dots & \binom{n+k}{k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \binom{n+k}{0} & \binom{n+k}{1} & \dots & \binom{n+k}{k} \end{vmatrix}$$

determináns. Vonjuk le minden sorból , az előtte álló sor elemeit és tartsuk szem előtt, hogy:

$$\binom{m}{i} - \binom{m-1}{i} = \binom{m-1}{i-1},$$

akkor:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \binom{n}{0} & \binom{n}{1} & \dots & \binom{n}{k} \\ 0 & \binom{n}{0} & \dots & \binom{n}{k-1} \\ 0 & \binom{n+1}{0} & \dots & \binom{n+1}{k-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \binom{n+k-1}{0} & \dots & \binom{n+k-1}{k-1} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \binom{n}{0} & \binom{n}{1} & \dots & \binom{n}{k-1} \\ \binom{n+1}{0} & \binom{n+1}{1} & \dots & \binom{n+1}{k-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \binom{n+k-1}{0} & \binom{n+k-1}{1} & \dots & \binom{n+k-1}{k-1} \end{vmatrix} = \Delta_{k-1},$$

ha az első determinánst az első oszlop elemei szerint kifejtjük. Ha ez eljárást tovább folytatjuk, nyerjük, hogy:

$$\Delta_k = \Delta k - 1 = \Delta k - 2 = \ldots = \Delta_2$$

és mivel

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \binom{n}{0} & \binom{n}{1} \\ \binom{n+1}{0} & \binom{n+1}{1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & n \\ 1 & n+1 \end{vmatrix} = 1,$$

azért

$$\Delta_k = 1$$

és így

$$D = 1.$$

Nyerjük tehát, hogy

$$x = \begin{vmatrix} \binom{n}{3} & \binom{n}{1} & \binom{n}{2} \\ \binom{n+1}{3} & \binom{n+1}{1} & \binom{n+1}{2} \\ \binom{n+2}{3} & \binom{n+2}{1} & \binom{n+2}{2} \end{vmatrix} = \binom{n+2}{3}$$

$$y=\begin{vmatrix}\binom{n}{0} & \binom{n}{3} & \binom{n}{2}\\ \binom{n+1}{0} & \binom{n+1}{3} & \binom{n+1}{2}\\ \binom{n+2}{0} & \binom{n+2}{3} & \binom{n+2}{2}\end{vmatrix}=-\binom{n+1}{2}$$

$$z=\begin{vmatrix}\binom{n}{0} & \binom{n}{1} & \binom{n}{3}\\ \binom{n+1}{0} & \binom{n+1}{1} & \binom{n+1}{3}\\ \binom{n+2}{0} & \binom{n+2}{1} & \binom{n+2}{3}\end{vmatrix}=\binom{n}{1}$$

(Szűcs Adolf, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Ádámffy E., Bánó L., Bartók I., Dömény I., Fekete M., Füstös P., Hirschfeld Gy., Haar A., Kertész G., Kürti I., Kiss J., Messer P., Neidenhach E., Pám M., Pichler S., Rássy P., Rosenberg J., Söpkéz Gy., Steiger J., Schlesinger O., Schwemmer I., Tandlich E., Tóth B., Wáhl V., Végváry I.