Mindenekelőtt néhány determinánst számitunk ki, a melyekre szükségünk lesz. Az egyenletrendszer determinánsa:

$$D=\begin{vmatrix} a^3 & a^2 & a & 1\\ b^3 & b^2 & b & 1\\ c^3 & c^2 & c & 1\\ d^3 & d^2 & d & 1\end{vmatrix}$$

Vonjuk ki az utolsó sor elemeit a három első sor megfelelő elemeiből, akkor:

$$D=\begin{vmatrix} a^3-d^3 & a^3-d^2 & a-d & 0\\ b^3-d^3 & b^2-d^2 & b-d & 0\\ c^3-d^3 & c^2-d^2 & c-d & 0\\ d^3 & d^2 & d & 1\end{vmatrix}=(a-d)(b-d)(c-d)\begin{vmatrix} a^2+ad+d^2 & a+d & 1\\ b^2+bd+b^2 & b+d & 1\\ c^2+cd+d^2 & c+d & 1\end{vmatrix}=$$

$$=(a-d)(b-d)(c-d)\begin{vmatrix} a^2 & a & 1\\ b^2 & b & 1\\ c^2 & c & 1\end{vmatrix}=(a-d)(b-d)(c-d)\begin{vmatrix} a^2-c^2 & a-c & 0\\ b^2-c^2 & b-c & 0\\ c^2 & c & 1\end{vmatrix}=$$

$$=(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)\begin{vmatrix} a+c & 1\\ b+c & 1\end{vmatrix}=(a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d).$$

Továbbá:

$$D_1=\begin{vmatrix} 1 & a^2 & a & 1\\ 0 & b^2 & b & 1\\ 0 & c^2 & c & 1\\ 0 & d^2 & d & 1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix} b^2 & b & 1\\ c^2 & c & 1\\ d^2 & d & 1\end{vmatrix}=(b-c)(b-d)(c-d)$$

$$D_2=\begin{vmatrix} a^3 & 1 & a & 1\\ b^3 & 0 & b & 1\\ c^3 & 0 & c & 1\\ d^3 & 0 & d & 1\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix} 1 & a^3 & a & 1\\ 0 & b^3 & b & 1\\ 0 & c^3 & c & 1\\ 0 & d^3 & d & 1\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix} b^3 & b & 1\\ c^3 & c & 1\\ d^3 & d & 1\end{vmatrix}=$$

$$=-\begin{vmatrix} b^3-d^3 & b-d & 0\\ c^3-d^3 & c-d & 0\\ d^3 & d & 1\end{vmatrix}=-(b-d)(c-d)\begin{vmatrix} b^2+bd+d^2 & 1\\ c^2+cd+d^2 & 1\end{vmatrix}=$$

$$=-(b-d)(c-d)\begin{vmatrix} b^2-c^2+d(b-c) & 0\\ c^2+cd+d^2 & 1\end{vmatrix}=-(b-c)(b-d)(c-d)(b+c+d).$$

Épp így:

$$D_3=\begin{vmatrix} a^3 & a^2 & 1 & 1\\ b^3 & b^2 & 0 & 1\\ c^3 & c^2 & 0 & 1\\ d^3 & d^2 & 0 & 1\end{vmatrix}=(b-c)(b-d)(c-d)(bc+bd+cd)$$

és

$$D_4=\begin{vmatrix} a^3 & a^2 & a & 1\\ b^3 & b^2 & b & 0\\ c^3 & c^2 & c & 0\\ d^3 & d^2 & d & 0\end{vmatrix}=-(b-c)(b-d)(c-d)bcd.$$

Tehát:

$$x=\frac{D_1}{D}=\frac{1}{(a-b)(a-c)(a-d)},$$

$$y=\frac{D_2}{D}=\frac{b+c+d}{(a-b)(a-c)(a-d)},$$

$$z=\frac{D_3}{D}=\frac{bc+bd+cd}{(a-b)(a-c)(a-d)},$$

$$u=\frac{D_4}{D}=-\frac{bcd}{(a-b)(a-c)(a-d)}.$$

(Kürti Imre, Eger.)

A feladatot még megoldották: Ádámffy E., Bartók I., Deutsch E., Deutsch I., Haar A., Hirschfeld Gy., Jánosy Gy., Kertész G., Pichler S., Pivnyik I., Riesz K., Rosenberg J., Schlesinger O., Schwemmer I., Schöffer I., Szücs A., Tandlich E.