Az $y^2=2px$ parabolát, melynek csúcspontja A, messe valamely egyenes a $B(x_1,\ y_1)$ és $C(x_2,\ y_2)$ pontokban. Ha BC az abscissa tengelyt $P(\xi,\ \eta)$-ban metszi és a B, illetőleg a C vetületét az abscissa tengelyre B_1, illetőleg C_1-gyel jelöljük, akkor az y_1,illetőleg y_2 ordinátákon belül eső területek (t_1 és t_2):

$$t_1=\frac{2}{3}x_1y_1$$

és

$$t_2=\frac{-2}{3}x_2y_2.$$

Számítsuk ki még BB_1P és CC_1P háromszögek területét is:

$$BB_1P\Delta=\frac{y_1}{2}(x_1-\xi)$$

$$CC_1P\Delta=\frac{-y_2}{2}(\xi-x_2).$$

tehát a keresett terület, ha $|y_2|<|y_1|$:

$$T=t_1+t_2+CC_1P-BB_1P,$$

vagyis

$$T=\frac{2}{3}x_1y_1-\frac{2}{3}x_2y_2-\frac{1}{2}x_1y_1+\frac{1}{2}\xi y_1-\frac{1}{2}\xi y_2+\frac{1}{2}x_2y_2=$$

(1) $$=\frac{1}{6}x_1y_1-\frac{1}{6}x_2y_2+\frac{1}{2}\xi(y_1-y_2)=\frac{1}{6}(x_1y_1-x_2y_2)+\frac{1}{2}\xi(y_1-y_2).$$

A mi esetünkben a BC egyenes átmegy a fokuson $\left(\xi=\frac{7}{4},\ 0\right)$ és a $(0,-1)$ pontokon, tehát egyenlete

(2) $$y=\frac{4}{7}x-1.$$

Hogy a B és C pontok koordinátáit ismerjük, keressük a (2) egyenlet és az

(3) $$y^2=7x$$

egyenlet közös gyökeit, ekkor nyerjük, hogy:

$$y_1=\frac{7}{8}(7+\sqrt{65}),\ x_1=\frac{7}{32}(57+7\sqrt{65});$$

$$y_2=\frac{7}{8}(7-\sqrt{65}),\ x_2=\frac{7}{32}(57-7\sqrt{65}).$$

A talált értékeket (1)-be téve:

$$T=\frac{49\cdot 65\cdot\sqrt{65}}{32\cdot 12}=66,87 \text{ területegység}$$

(Haar Alfréd, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Bartók I., Dömény E., Enyedi B., Kertész G., Kürti I., Pivnyik I., Pichler S., Rássy P., Riesz K., Rosenberg J., Szücs A.