

Legyen a parabola egyenlete

$$(1) \quad y^2 = 2px$$

az  $S$  pont koordinátái pedig  $a$  és  $b$ . A parabola  $(\xi, \eta)$  pontjában vont érintő egyenlete:

$$(2) \quad y\eta = p(x + \xi).$$

Ha ez érintőtől megkívánjuk, hogy átmenjen az  $S$  ponton, akkor az  $S$  pont koordinátái kielégítik a (2)-t, vagyis:

$$(3) \quad b\eta = p(a + \xi).$$

Ha még azt is tekintetbe vesszük, hogy a  $(\xi, \eta_1)$  pontja a parabolának, akkor (1)-ből

$$(4) \quad \eta^2 = 2p\xi.$$

Emeljük most a (3)-at négyzetre és tegyük be a (4)-ből  $\eta^2$  értékét, akkor

$$(5) \quad 2b^2p\xi = p^2(a + \xi)^2.$$

mindkét oldalon gyököt vonva nyerjük, hogy:

$$p\xi - (b\sqrt{2p})\sqrt{\xi} + ap = 0,$$

tehát

$$\sqrt{\xi} = \frac{b\sqrt{2p} \pm \sqrt{2b^2p - 4ap^2}}{2p} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 2ap}}{\sqrt{2p}}$$

és így:

$$\xi = \frac{(b \pm \sqrt{b^2 - 2ap})^2}{2p} = \frac{b^2 - ap \pm b\sqrt{b^2 - 2ap}}{p}$$

és

$$\eta = b \pm \sqrt{b^2 - 2ap}.$$

A  $\xi_1, \eta_1$  és  $\xi_2, \eta_2$  értékeket (2)-be téve nyerjük a feladatunknak megfelelő érintők egyenleteit. Mint látható, feladatunknak általában két megoldás felel meg. Ha azonban

$$(6) \quad b^2 - 2ap = 0,$$

akkor  $\xi_1 = \xi_2$  és  $\eta_1 = \eta_2$ , feladatunknak tehát csak egy megoldása van, ez akkor áll be, a mint (1) és (6) összehasonlításából rögtön kitetszik, ha  $S$  éppen a parabolán fekszik. Végül ha

$$b^2 - 2ap < 0,$$

akkor feladatunknak valós megoldása egyáltalában nincs.

A mi esetünkben  $a = -3$ ;  $b = 7$ ;  $p = \frac{5}{2}$ , tehát:

$$\xi_1 = 45; \quad \xi_2 = \frac{1}{5}$$

$$\eta_1 = 15; \quad \eta_2 = -1.$$

A keresett érintők egyenletei tehát:

$$y = \frac{x}{6} + \frac{15}{2}$$

és

$$y = -\frac{5}{2}x - \frac{1}{2}.$$

A két érintő által képezett szög ( $\alpha$ ) vonatkozólag:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\frac{1}{6} - (-\frac{5}{2})}{1 - \frac{5}{12}} = \frac{32}{7}$$

és így

$$\alpha = 77^\circ 39' 38''.$$

(Kürti Imre, Eger.)

A feladatot még megoldották: Bartók I., Dömény I., Dömény E., Enyedi B., Haat A., Kertész G., Liebner A., Neidenbach E., Pichler S., Pivnyik I., Rássy P., Riesz K., Rosenberg J., Schwemmer I., Szombathy J., Szűcs A.