

A két görbe által valamely pontjukban képezett szög alatt, a kérdéses metszéspontban rajzolt érintők képezte szöget értjük.

Első megoldás: Az adott egyenletből folyik, hogy a parabola fókusa (F) összeesik a kör középpontjával és a kör sugara $2p$ -vel egyenlő. A parabola tengelye messe a directrixet M -ben, a két görbe egyik metszéspontja legyen P , melynek vetülete a parabola tengelyére R , akkor az előbb mondottak szerint

$$MR = FP = 2p$$

és így

$$FR = MR - p = p = \frac{FP}{2},$$

tehát FP a tengellyel 60° -ú szöget zár be. De viszont a parabola érintője fél akkora szöget képez a megfelelő vezetősugárral, mint a tengely, tehát a parabolához a P pontban húzott érintő és az FP egyenes közötti szög 30° .

Végül a körnek P -ben rajzolt érintője az FP -vel 90° -ú szöget zár be, tehát a keresett szög

$$\varphi = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

(Riesz Marcell, Győr.)

Második megoldás: Ha a metszéspont koordinátái ξ és η , akkor

$$(1) \quad \eta^2 = 2p\xi$$

$$(2) \quad \left(\xi - \frac{p}{2}\right)^2 + \eta^2 = 4p^2.$$

Tegyük η^2 értékét (1)-ből (2)-be, akkor

$$\left(\xi + \frac{p}{2}\right)^2 = 4p^2$$

és így

$$\xi_1 = \frac{3p}{2} \quad \text{és} \quad \xi_2 = \frac{-5p}{2},$$

tehát

$$\eta_1 = \pm p\sqrt{3} \quad \text{és} \quad \eta_2 = \pm p\sqrt{-5}.$$

Mint látható, csak két valós metszéspontunk van $\left(\frac{3p}{2}, p\sqrt{3}\right)$ és $\left(\frac{3p}{2}, -p\sqrt{3}\right)$, melyek az x tengelyhez képest szimmetrikus fekvésűek és mivel a görbék is szimmetrikusak az x tengelyhez képest, tehát elégséges, ha az egyik metszéspontban vizsgáljuk az érintők képezte szöget. A parabola (ξ, η) pontjában vont érintő egyenlete

$$(3) \quad y\eta = p(x + \xi)$$

a kör (ξ, η) pontjához tartozó érintő egyenlete pedig

$$(4) \quad \left(x - \frac{p}{2}\right)\left(\xi - \frac{p}{2}\right) + y\eta = r^2$$

A mi esetünkben $r = 2p$ és pl. $\xi = \frac{3p}{2}$, $\eta = p\sqrt{3}$, tehát (3)-ból

$$(5) \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{3p}{2\sqrt{3}}$$

és (4)-ből

$$(6) \quad y = -\frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{9p}{2\sqrt{3}}.$$

Az egyik érintő iránytényezője (5)-ből $k_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

A másik (6)-ból $k_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, tehát az érintők által bezárt szög tangense:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1k_2} = \sqrt{3},$$

tehát

$$\varphi = 60^\circ.$$

(Pichler Sándor, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Bartók I., Braun I., Enyedi B., Haar A., Kertész G., Liebner A., Neidenbach E., Riesz K.