

Az

$$(1) \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ellipsist a ξ , η pontban érintő egyenes egyenlete:

$$(2) \quad \frac{x\xi}{a^2} + \frac{y\eta}{b^2} = 1.$$

Ez az érintő messe az X , illetőleg az Y tengelyt az M és N pontokban, melyek a kezdőponttól m , illetőleg n távolban vannak, akkor (2)-ből:

$$\frac{m\xi}{a^2} = 1$$

és

$$\frac{n\eta}{b^2} = 1$$

vagy még:

$$\frac{\xi}{a} = \frac{a}{m}$$

és

$$\frac{\eta}{b} = \frac{b}{n}$$

tehát

$$(3) \quad \frac{a^2}{m^2} + \frac{b^2}{n^2} = \frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} = 1,$$

mert hiszen ξ , η pontja az (1) ellipsisnek. Ha már most az adott egyenesek egyenletei:

$$(4) \quad A_1x + B_1y = C_1$$

$$(5) \quad A_2x + B_2y = C_2$$

akkor

$$m_1 = \frac{C_1}{A_1}; \quad n_1 = \frac{C_1}{B_1};$$

és

$$m_2 = \frac{C_2}{A_2}; \quad n_2 = \frac{C_2}{B_2},$$

tehát fennáll a következő két egyenlet (3) alapján:

$$A_1^2 a^2 + B_1^2 b^2 = C_1^2$$

és

$$A_2^2 a^2 + B_2^2 b^2 = C_2^2$$

a honnan:

$$a^2 = \frac{C_1^2 B_2^2 - C_2^2 B_1^2}{A_1^2 B_2^2 - A_2^2 B_1^2} = \frac{(C_1 B_2 + C_2 B_1)(C_1 B_2 - C_2 B_1)}{(A_1 B_2 + A_2 B_1)(A_1 B_2 - A_2 B_1)}.$$

és

$$b^2 = \frac{(A_1 C_2 + A_2 C_1)(A_1 C_2 - A_2 C_1)}{(A_1 B_2 + A_2 B_1)(A_1 B_2 - A_2 B_1)}.$$

Annak az ellipsisnek a középponti egyenletét tehát, mely a (4) és (5) egyeneseket érinti, megkapjuk, ha a^2 és b^2 itt talált értékeit (1)-be tesszük, mikor is a következő egyenlethez jutunk:

$$\begin{aligned} (A_1 C_2 + A_2 C_1)(A_1 C_2 - A_2 C_1)x^2 + (C_1 B_2 + C_2 B_1)(C_1 B_2 - C_2 B_1)y^2 = \\ = (A_1 B_2 + A_2 B_1)(A_1 B_2 - A_2 B_1). \end{aligned}$$

A mi esetünkben:

$$A_1 = 1; \quad B_1 = 2; \quad C_1 = 27 \quad \text{és} \quad A_2 = 7; \quad B_2 = 4 \quad \text{és} \quad C_2 = 81,$$

tehát a keresett egyenlet:

$$162x^2 + 81y^2 = 13122.$$

(Riesz Marcell, Győr.)

A feladatot még megoldották: Ádámffy E., Bartók I., Dömény E., Dömény I., Enyedi B., Haar A., Kürti I., Liebner A., Neidenbach E., Pám M., Pivnyik I., Rássy P., Riesz K., Rosenberg J., Schwemmer I., Szücs A.