

Mint ahogy

$$\operatorname{tg} x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}},$$

azért

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x} &= \frac{1}{x} + \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} - 1}{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{1}{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}} = \\ &= \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{x}{4} - \frac{1}{4 \operatorname{tg} \frac{x}{4}} = \end{aligned}$$

$$(1) \quad = \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{x}{4} + \frac{1}{8} \operatorname{tg} \frac{x}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} \operatorname{tg} \frac{x}{2^n} - \frac{1}{2^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}} \dots$$

De

$$\frac{1}{2^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}} = \frac{1}{2^n} \cdot \frac{\cos \frac{x}{2^n}}{\sin \frac{x}{2^n}},$$

ha pedig n igen nagy szám, akkor $\frac{x}{2^n}$ igen kis ív, s akkor

$$\sin \frac{x}{2^n} = \frac{x}{2^n}, \quad \cos \frac{x}{2^n} = 1,$$

tehát

$$\frac{1}{2^n} \cdot \frac{\cos \frac{x}{2^n}}{\sin \frac{x}{2^n}} = \frac{x}{2^n} \cdot \frac{1}{\frac{x}{2^n}} = \frac{1}{x}$$

s így 1-ből lesz:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{x}{4} + \frac{1}{8} \operatorname{tg} \frac{x}{8} + \dots$$

(Liebner Aladár, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Bartók I., Braun I., Deutsch E., Deutsch I., Enyedi B., Haar A., Kertész G., Kürti I., Losonczy I., Pivnyik I., Popoviciu M., Rássy P., Riesz K., Riesz M., Schwarz G., Schwemmer J., Szücs A.