Számítsuk ki mindenekelőtt a számok összegét 1-től 10^k-ig. E számok oly számtani sort alkotnak, melynek első tagja 1, n-ik tagja 10^k, a tagok száma 10^k; így tehát e számok összege

$$S_1 = \frac{10^k}{2}(1+10^k).$$

A 4-gyel osztható számok szintén számtani sort alkotnak, melynek első tagja 4, utolsó tagja 10^k, a tagok száma pedig $\frac{10^k}{4}$. Így tehát e számok összege

$$S_2 = \frac{10^k}{8}(4+10^k).$$

Vonjuk ki S_1-ből S_2-t s osszuk el a különbséget 6-tal, akkor ered

$$\frac{S_1-S_2}{6} = \left[\frac{10^k}{2}(1+10^k) - \frac{10^k}{8}(4+10^k)\right] : 6 =$$

$$= \left(\frac{3}{8}10^{2k}\right) : 6 = \frac{10^{2k}}{16} = \left(\frac{10^k}{4}\right)^2.$$

Minthogy feladatunk értelmében $k>1$, azért a nyert hányados $\left(\frac{10^k}{4}\right)^2$ egy egész számnak a négyzete.

A tétel így általánosítható: Ha a egy tetszésszerinti n számnak osztója és ha az 1-től n-ig terjedő számok összegéből az a-val osztható számok összegét kivonjuk, azután a különbséget $\frac{a(a-1)}{2}$-vel elosztjuk, akkor hányadosul egy számnak teljes négyzetét kapjuk.

Bizonyítás. 1-től n-ig a számok összege:

$$S_1 = \frac{n}{2}(1+n).$$

Az a-val osztható számok összege:

$$S_2 = \frac{n}{2a}(a+n).$$

Így tehát

$$S_1 - S_2 = \frac{n}{2} + \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2} - \frac{n^2}{2a} = \frac{n^2(a-1)}{2a}$$

A külömbséget osztva $\frac{a(a-1)}{2}$-vel, ered:

$$\frac{n^2}{a^2} = \left(\frac{n}{a}\right)^2.$$

Ha $n=10^k$ és $a=4$, akkor $\frac{a(a-1)}{2} = 6$ és $\frac{n}{a} = \frac{10^k}{4}$.

(Haar Alfréd, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Baranyó A., Bárdos H., Bartók I., Biró A., Braun I., Buxbaum K., Demjén E., Deutsch E., Deutsch I., Deutsch Z., Enyedi B., Fekete M., Halmos l., Harsányi Z., Hirschfeld Gy., Hönig S., Jánosy Gy., Kertész G., Kiss J., Kürti I., Liebner A., Messer P. , Neidenbach E., Losonczy I., Pám M., Pénzes Z., Pfeifer Gy., Pichler S., Pivnyik I., Raab R., Ragány B. , Riesz K.; Riesz M., Róth A., Sárközy E., Schlesinger O., Schöffer I., Schuster Gy., Schwarz Gy., Schwemmer I., Selényi P., Sonnenfeld J., Söpkéz Gy., Stern D., Szántó H., Szmodics H., Szőke D., Szücs A., Veress G., Weisz P.