Ha elvégezzük a következő kifejezésben:

$$(1)\qquad \begin{cases}(1-p_1+p_1^2-p_1^3-p_1^3\ +\ldots+\ (-1)^{\alpha_1}p_1^{\alpha_1})\times\\ (1-p_2+p_2^2-p_2^3-p_2^3\ +\ldots+\ (-1)^{\alpha_2}p_2^{\alpha_2})\times\\ \ldots\\ (1-p_r+p_r^2-p_r^3-p_r^3\ +\ldots+\ (-1)^{\alpha_r}p_r^{\alpha_r}).\end{cases}$$

kijelölt szorzást, akkor egy algebrai összeget nyerünk, melynek tagjai törzsszámosztóiból ($p_1,\ p_2,\ldots,\ p_3$) alkotott oly szorzatok lesznek, melyekben $p_1$, a $0,\ 1,\ 2,\ \ldots$ vagy $\alpha_1$-edik; $p_2$, a $0,\ 1,\ 2,\ \ldots$ vagy $\alpha_2$-dik; ... és végül $p_r$ a $0,\ 1,\ 2,\ \ldots$ vagy $\alpha_r$-dik hatványon fordul elő. Minden tag tehát az $m$-nek osztója lesz, sőt, mivel az említett feltételek mellett alkotható szorzatok mindegyike (1) kifejtésében megvan, azért a tagok közt $m$ minden osztója egyszer és csak egyszer fordul elő; positív előjellel most már azon osztók fognak ezen összegben szerepelni, melyekre vonatkozólag $\alpha_1+\alpha_2+\ldots$ páros, tehát $S(d)=1$, míg negatív jellel azon tagok lesznek kifejtésében, melyekre vonatkozólag $S(d)=-1$. Így tehát, hogy a keresett $\sum S(d)$-t megkapjuk, elég (1)-ben az összes $p$-k helyébe 1-et helyettesíteni. Ekkor ugyanis (1) kifejtésében az egyes tagok helyébe 1 vagy $-1$ fog kerülni, a szerint, hogy $S(d)=1$ vagy $S(d)=-1$. Így tehát valóban (1) kifejtése megadja $\sum S(d)$ értékét, ha a $p$-k helyébe 1-et teszünk.

Az $m=p_1^{\alpha_1}p_2^{\alpha_2}\ldots p_r^{\alpha_r}$ szám akkor és csak akkor *teljes négyzet,* ha az összes $\alpha$-k párosak; ez esetben az (1) egyes soraiban lévő kifejezések 1-gyel lesznek egyenlők s így szorzatuk: $\sum S(d)=1$. Ha azonban már csak egy $\alpha$ is, pl. $\alpha_r$, páratlan, tehát $m$ *nem teljes négyzet,* akkor az (1)-nek $r$-edik sorában lévő kifejezés 0 lesz s így az egész kifejezés $\sum S(d)=0$.

*(König Dénes, Budapest.)*

*A feladatot még megoldották:* Bartók I., Dömény I., Haar A., Szücs A.