

Ismeretes, hogy

$$\begin{aligned}
 \binom{n}{k} &= \binom{n+1}{k+1} - \binom{n}{k+1} \\
 \binom{n+1}{k} &= \binom{n+2}{k+1} - \binom{n+1}{k+1} \\
 \binom{n+2}{k} &= \binom{n+3}{k+1} - \binom{n+2}{k+1} \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 \binom{n+m-1}{k} &= \binom{n+m}{k+1} - \binom{n+m-1}{k+1} \\
 \binom{n+m}{k} &= \binom{n+m+1}{k+1} - \binom{n+m}{k+1}
 \end{aligned}$$

eme egyenlőségeket összeadva :

$$\binom{n}{k} + \binom{n+1}{k} + \binom{n+2}{k} + \dots + \binom{n+m}{k} = \binom{n+m+1}{k+1} - \binom{n}{k+1}.$$

A megadott sor pedig így írható:

$$\begin{aligned}
 n! \left( \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots (n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} + \dots + \frac{(m+1)(m+2)(m+3) \dots (m+n)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} \right) &= \\
 = n! \left[ \binom{n}{n} + \binom{n+1}{n} + \dots + \binom{n+m}{n} \right] &= n! \left[ \binom{n+m+1}{n+1} - \binom{n}{n+1} \right] = \\
 = \frac{n!(m+1)(m+2)(m+3) \dots (n+m+1)}{n+1} - n! \cdot 0 &= \\
 = \frac{(m+1)(m+2)(m+3) \dots (n+m+1)}{n+1}. &
 \end{aligned}$$

(Pivnyik István, Nyíregyháza.)

A feladatot még megoldották: Bartók I., Enyedi B., Haar A., Hirschfeld Gy., König D., Liebner A., Riesz K., Szücs A.