I. *megoldás.* Az a^2-4b az

$$x^2+ax+b=0$$

egyenlet diskriminánsa. Ha a^2-4b teljes négyzet, akkor a gyökök (x_1 és x_2) egész számok.

Ha ugyanis a páros, akkor és vele együtt a^2-4b is páros, tehát $a\pm\sqrt{a^2-4b}$ osztható az x nevezőjében előforduló 2-vel.

Ha pedig a páratlan, akkor a^2-4b és vele együtt $\sqrt{a^2-4b}$ is páratlan, tehát $a\pm\sqrt{a^2-4b}$ megint páros, vagyis a gyökök ismét egész számok.

És minthogy

$$a=-(x_1+x_2)$$

és

$$b=x_1\cdot x_2,$$

tehát

1°.

$$a^2-2b=x_1^2+2x_1\cdot x_2+x_2^2-2x_1\cdot x_2=x_1^2+x_2^2$$

és 2°.

$$3ab-a^3=-3x_1^2x_2-3x_1x_2^2+x_1^3+3x_1^2x_2+x_1^3+3x_1^2x_2+3x_1x_2^2+x_2^3=x_1^3+x_2^3.$$

(Ligeti Pál, Budapest.)

Hasonló megoldást küldött be: Póka Gy.

II. *megoldás.* Legyen a^2-4b az $a-2b_1$ négyzete, akkor

$$a^2-4b=a^2-4ab_1+4b_1^2$$

vagyis

$$b=ab_1-b_1^2,$$

tehát

$$a^2-2b=a^2-2ab_1+2b_1^2=(a-b_1)^2+b_1^2$$

és

$$3ab-a^3=3a^2b_1-3ab_1^2-a^3=-a^3+3a^2b_1-3ab_1^2+b_1^3-b_1^3=(-a+b_1)^3+(-b_1)^3$$

(Pintér Miksa, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Bartók l., Haar A., Hirschfeld Gy., Kelemen M., Kertész G., Klein A., König D. , Pivnyik J., Schmidl I., Schwarz Gy., Tóbiás L., Wohlstein S., Weisz P.