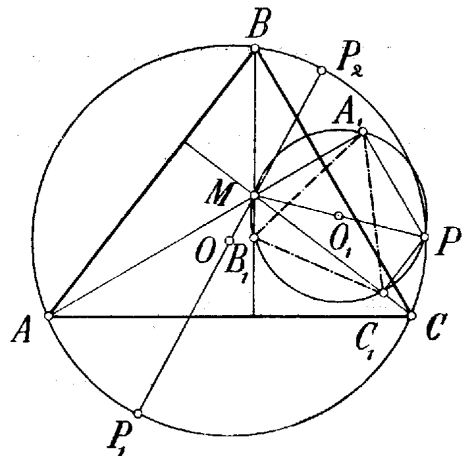

1°. Kössük össze P-t a magassági ponttal, M-mel, akkor:

$$MA_1P\sphericalangle = MB_1P\sphericalangle = MC_1P\sphericalangle = 90^\circ,$$

tehát $A_1,\ B_1,\ C_1,\ M,\ P$ pontok kerületén feküsznek, miért is:

$$A_1B_1C_1\sphericalangle = 180^\circ - A_1PC_1\sphericalangle,$$

$$B_1C_1A_1\sphericalangle = BPA_1\sphericalangle$$

és

$$C_1A_1B_1\sphericalangle = C_1PB_1\sphericalangle,$$

mint ugyanazon íven nyugvó kerületi szögek. Ámde:

$$A_1PC_1\sphericalangle = 180^\circ - ABC\sphericalangle = 180^\circ - \beta\sphericalangle$$

$$B_1PA_1\sphericalangle = BCA\sphericalangle = \gamma\sphericalangle$$

$$C_1PB_1\sphericalangle = CAB\sphericalangle = \alpha\sphericalangle,$$

minthogy száraik a megfelelő magasságvonalakra merőlegesek. Igaz tehát,hogy:

$$A_1B_1C_1\sphericalangle = \beta\sphericalangle; \quad B_1C_1A_1\sphericalangle = \gamma\sphericalangle \quad \text{és} \quad C_1A_1B_1\sphericalangle = \alpha\sphericalangle$$

vagyis

$$A_1B_1C_1\Delta \sim ABC\Delta.$$

2°. Az $A_1B_1C_1$ háromszög területe, ha r_1 a körülírt kör sugara:

$$A_1B_1C_1 = \frac{A_1B_1 \cdot B_1C_1 \cdot C_1A_1}{4r_1} = 2r_1^2 \sin\alpha\,\sin\beta\,\sin\gamma = \frac{\overline{MP}^2}{2}\sin\alpha\,\sin\beta\,\sin\gamma,$$

mert

$$A_1B_1 = 2r_1\sin\alpha \qquad \text{é. í. t.}$$

Látható, hogy az $A_1B_1C_1$ háromszög területe csak MP-től függ. MP pedig akkor éri el minimumát, illetőleg maximumát, ha az keresztül megy az ABC kör O középpontján. Ha tehát OM az ABC kört P_1 és P_2-ben metszi és az elsőhöz az $A_1B_1C_1$, a másodikhoz pedig az $A_2B_2C_2$ háromszög tartozik, akkor ezek egyikének minimális, másikának pedig maximális területe van.

(Szmodics Hildegárd, Kaposvár.)

Jegyzet. Az 1° alatt kimutatott tétel a tér bármely P pontjára is érvényes.

A feladatot még megoldották: Bartók I., Bayer B., Domény I., Hirschfeld Gy., Kertész F., Kertész G., König D., Lázár L., Pilczer P., Pivnyik I., Póka Gy., Riesz M., Riesz K., Schmidl I., Simon S., Sümegi Gy., Tóbiás I. L.