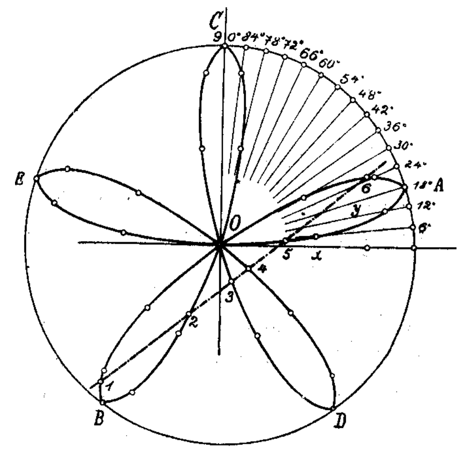
1°. Ha valamelv α irányszögnek megfelelő radiusvector r_1 és $\alpha+\pi$ szögnek megfelelö radiusvector r_2, akkor:

$$r_1 = p\sin 5\alpha \text{ és } r_2 = p\sin(5\alpha+5\pi) = -\sin 5\alpha.$$

Minthogy azonban α és $\alpha+\pi$ szögek mozgószárai egy egyenesbe esnek, de ellenkező irányúak, azért r_1 és α ugyanazon pontot képviselik, mint r_2 és $(\alpha+\pi)$. Tehát a görbe összes pontjait megszerkeszthetjük, ha ϑ-t 0-tól π-ig változtatjuk

Míg ϑ 0°-tól π-ig változik, addig ötször veszi fel absolut maximális értékét és pedig ha: $\sin 5\vartheta = \pm 1$, vagyis ha $\vartheta = 18^\circ,\ 54^\circ,\ 90^\circ,\ 126^\circ,\ 162^\circ$, a mikor ugyanis $r = p,\ -p,\ p,\ -p,\ p$. Tehát a görbének összesen 5 pontja közös a sarkból p sugárral rajzolt körrel. A görbe többi pontjai a körön belül vannak. $p = 0$, ha $\sin 5\vartheta = 0$, vagyis ha $\vartheta = 0^\circ,\ 36^\circ,\ 72^\circ,\ 108^\circ,\ 144^\circ,\ 180^\circ$.



Míg ϑ 0°-tól 18°-ig növekedik, addig $\sin 5\vartheta$ növekedésével r is nő s ha $\vartheta = 18^\circ$, akkor r eléri maximumát. Míg ϑ 18°-tól 36°-ig nő, addig $\sin 5\vartheta$, s vele együtt r is fogy, végre $\vartheta = 36^\circ$, akkor $r = 0$, vagyis a sarkba esik.

Vizsgáljuk most meg, nincs-e valami összefüggés a 0° és 36° közti irányszögnek megfelelő radius vector és az őt 36°-ra kiegészítő szögnek megfelelő radius vector között?

Legyen tehát a szög α, radius vectora r_1, őt 36°-ra kiegészítő szöge $36^\circ-\alpha$, s ennek radius vectora r_2, akkor $r_1 = p\sin 5\alpha,\ r_2 = p\sin(180^\circ - 5\alpha) = p\sin 5\alpha$, vagyis: míg ϑ 0°-tól 36°-ig nő, addig oly görbét nyerünk, a mely a $\dfrac{36^\circ}{2} = 18^\circ$-nak megfelelő radius vectorra, mint tengelyre symmetrikus. Hogy a görbe több pontját nyerhessük legyen $\vartheta = 0^\circ,\ 6^\circ,\ 12^\circ,\ 18^\circ,\ 24^\circ,\ 32^\circ,\ 36^\circ$, akkor $r = 0,\ \dfrac{p}{2},\ \dfrac{p}{2}\sqrt{3},\ p,\ \dfrac{p}{2}\sqrt{3},\ \dfrac{p}{2},\ 0$. Eme sarkcoordinaták által meghatározott pontok OA görbén vannak.

Míg ϑ 36°-tól 72°-ig változik, addig $\sin 5\vartheta$ mindig negatív lévén r is negatív, tehát ha ϑ, $36^\circ,\ 42^\circ,\ 48^\circ,\ 54^\circ,\ 60^\circ,\ 72^\circ$, akkor $r = 0,\ -\dfrac{p}{2},\ -\dfrac{p}{2}\sqrt{3},\ -p,\ -\dfrac{p}{2}\sqrt{3},\ -\dfrac{p}{2},\ 0$, s a görbe BO lesz.

Míg ϑ 72°-tól 108°-ig változik, addig $\sin 5\vartheta$ positív, s így r is positív, míg ϑ 108°-tól 144°-ig nő, addig $\sin 5\vartheta$ negatív lévén r is negatív, s végül míg ϑ $144^\circ - 180^\circ$-ig nő, addig $\sin 5\vartheta$ s így r is positív. Az előbbi két szerkesztéshez hasonlóan nyerjük OC, OD és OE görbéket, a melyek mindegyike ugyanoly tulajdonságú, mint OA görbe.

Tehát az adott egyenlet görbéje a sarkból p sugárral rajzolt körben levő $ABCDEO$ csillagidom.

Megjegyzendő azonban, hogy AOB, BOC, COD, DOE és EOA nem körívek.

2°. Hogy a görbe egyenletét derékszögű coordinátákban kifejezhessük, alkalmaznunk kell az adott egyenletben a poláris és a derékszögű coordináták között fennálló következő összefüggéseket:

$$r = \sqrt{x^2+y^2} \text{ és } \sin\vartheta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

Eme értékeket megadott egyenletünkbe téve és a könnyen igazolható

$$\sin 5\vartheta = 5\sin\vartheta - 20\sin^3\vartheta + 16\sin^5\vartheta$$

képletet alkalmazva, kapjuk:

$$\sqrt{x^2+y^2} = 5p\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} - 20p\frac{y^3}{(\sqrt{x^2+y^2})^3} + 16\frac{y^5}{(\sqrt{x^2+y^2})^5},$$

miből ered:

$$(x^2+y^2)^3 = py(5x^4 - 10x^2y^2 + y^4)$$

vagy

$$x^6 - 5px^4y + 3x^4y^2 + 10px^2y^3 + 3x^2y^4 - py^5 + y^6 = 0.$$

(Szmodics Hildegárd, Kaposvár.)

A feladatot még megoldották: Aczél F., Bartók I., Jánosy I., König D., Pilczer P., Pintér M.