

I. megoldás. $A_1A_2A_3A_4$ húrnégyszög, tehát Ptolemeus tételénél fogva:

$$A_1A_2 \cdot A_3A_4 + A_1A_4 \cdot A_2A_3 = A_1A_3 \cdot A_2A_4.$$

Ámde

$$A_3A_4 = A_2A_3 = A_1A_2$$

és

$$A_1A_4 = A_2A_4 = A_1A_3,$$

tehát

$$A_1A_2^2 + A_1A_2 \cdot A_1A_3 = A_1A_3^2,$$

miből

$$A_1A_2^4 - 2 \cdot A_1A_2^2 + A_1A_3^4 = (A_1A_2 \cdot A_1A_3)^2.$$

És mivel (K. M. L. VII. 749. feladat)

$$(A_1A_2 \cdot A_1A_3)^2 = 5,$$

tehát mindkét oldalhoz $4 \cdot (A_1A_2^2 \cdot A_1A_3^2)^2 = 20$ -at hozzáadva:

$$\left(\overline{A_1A_2^2} + \overline{A_1A_3^2}\right)^2 = 25$$

vagy

$$\overline{A_1A_2^2} + \overline{A_1A_3^2} = 5$$

a hol a $\sqrt{25}$ -nek pozitív értéke veendő, mert A_1A_2 és A_1A_3 és ezekkel együtt $\overline{A_1A_2^2} + \overline{A_1A_3^2}$ is pozitív.

(Bogdán Géza, Győr.)

II. megoldás. Ha O a kör középpontja, akkor az A_1OA_2 és A_1OA_3 háromszögekből:

$$A_1A_2^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \sin 18^\circ$$

és

$$A_1A_3^2 = 1^2 + 1^2 + 2 \cos 36^\circ,$$

tehát

$$A_1A_2^2 + A_1A_3^2 = 4 + 2(\cos 36^\circ - \sin 18^\circ) = 4 + 2\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{4} - \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}\right) = 5.$$

(Schmidl Imre, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Aczél F., Bartók I., Bayer B., Beck P., Blau A., Demjén E., Dessauer A., Deutsch I., Enyedi B., Freund R., Haar A., Harsányi Z., Hirschfeld Gy., Jánosy J., Kalmár S., Kertész F., Kertész G., Klein A., König D., Ligeti P., Losonczy J., Mixich P., Pilczner P., Pintér M., Pivnyik I., Póka Gy., Raab R., Riesz M., Riesz K., Sasvári J., Schlesinger A., Schwarcz Gv., Simon S., Spitzer V., Szalonna A., Szávay Z., Szmodics H., Steiner M., Sümegei Gy., Tóbiás J. L., Ungár B., Weisz P.