Minthogy m nem osztható 5-tel (ha osztható volna, akkor az $A = am^3 + bm^2 + cm + d$ kifejezés csak úgy lehetne osztható, ha d is osztható), azért m csakis $5p + 1,\ 5p - 1,\ 5p + 2,\ 5p - 2$ alakú lehet. Ha most m ezen értékeit helyettesítjük az A kifejezésbe és az 5-tel osztható tagokat elhagyjuk, akkor a következő kifejezéseket nyerjük:

$$A_1 = a + b + c + d$$

$$A_2 = -a + b - c + d$$

$$A_3 = 8a + 4b + 2c + d$$

$$A_4 = -8a + 4b - 2c + d.$$

Most már bebizonyítandó, hogy ha ezen kifejezések bármelyike osztható 5-tel, akkor található oly n szám, hogy $B = dn + cn^2 + bn + a$ is osztható 5-tel; vagyis n helyébe is hasonlóan mint előbb az $5q + 1,\ 5q - 1,\ 5q + 2,\ 5q - 2,\ 5q$ értékeket helyettesítve, a

$$B_1 = d + c + b + a$$

$$B_2 = -d + c - b + a$$

$$B_3 = 8d + 4c + 2b + a$$

$$B_4 = -8d + 4c - 2b + a$$

$$B_5 = a$$

kifejezések egyike is osztható. Vegyük sorra az eseteket. Ha A_1 osztható akkor a vele egyenlő B_1, ha pedig A_2 , akkor negatív értéke: B_2 osztható. Továbbá, minthogy $2A_3 - B_4 = 15a + 10b + 10d$ és $2A_4 + B_3 = -15a + 10b + 10d$ oszthatók 5-tel, azért látjuk, hogy ha A_3 osztható 5-tel, akkor B_4, ha pedig A_4, akkor B_3 is osztható. Bármily értéket teszünk is tehát A-ban m helyébe, hogy A osztható legyen 5-tel, mindig találtunk oly n-t, hogy B is 5 többszöröse lett.

(König Dénes, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Aczél F., Bartók I., Bayer B, Deutsch I., Haar A., Hirschfeld Gy., Lázár L., Ligeti P., Messik G., Papp F., Póka Gy., Riesz M., Sasvári J., Schlesinger A., Schmidl I., Schwarz Gy., Szmodics H.