I. megoldás. Legyen

$$(3+x)=y,\ (2+x)=z,$$

akkor

$$y^4+z^4=337 \tag{1}$$

és

$$y-z=1 \tag{2}$$

(2)-őt negyedik hatványra emelve és (1)-ből kivonva lesz:

$$4y^3z-6y^2z^2+4yz^3=336$$

vagy

$$yz(2y^2-3yz+2z^2)=168,$$

de

$$2(y-z)^2=2y^2-3yz+2z^2-yz,$$

s így

$$2y^2-3yz+2z^2=2+yz,$$

tehát

$$yz(2+yz)=168,$$

miből

$$(yz)_1=12,\ (yz)_2=-14,$$

vagyis

$$(x+3)(x+2)=12$$

$$(x+3)(x+2)=-14,$$

ebből

$$x_1=1,\ x_2=-6,\ x_3=-\frac{1}{2}(5+i\sqrt{55}),\ x_4=-\frac{1}{2}(5-i\sqrt{55}).$$

(Kamenitzky Miklós, Eperjes.)

II. megoldás. Legyen $x=y-\frac{5}{2}$; akkor az egyenletnek következő alakja lesz:

$$(y+\frac{1}{2})^4+(y-\frac{1}{2})^4=337.$$

A hatványozást elvégezve nyerjük

$$2y^4+3y^2-336\frac{7}{8}=0;$$

ebből

$$y_1=\frac{7}{2},\ y_2=-\frac{7}{2},\ y_3=\frac{1}{2}i\sqrt{55},\ y_4=-\frac{1}{2}i\sqrt{55}$$

és

$$x_1=1,\ x_2=-6,\ x_3=-\frac{1}{2}(5-i\sqrt{55}),\ x_4=-\frac{1}{2}(5+i\sqrt{55})$$

(Messik Géza, Budapest.)

Megoldások száma: 41.

A feladat általános megoldása:

I.

$$(x+a)^4+(x+b)^4=c$$

$$x+a=y,\ x+b=z,$$

akkor

$$y^4 + z^4 = c$$

$$y - z = a - b,$$

ezen két egyenletből megkapjuk (yz) értékét és (yz) értékéből x-nek négy gyökét nyerjük.

II. Legyen $x = y - \dfrac{a+b}{2}$, akkor

$$x + a = y + \frac{a-b}{2},\ x + b = y - \frac{a-b}{2},$$

$$\left(y + \frac{a-b}{2}\right)^4 + \left(y - \frac{a-b}{2}\right)^4 = c,$$

a hatványozást elvégezve nyerünk egy negyedfokú egyenletet, mely másodfokúra redukálható.