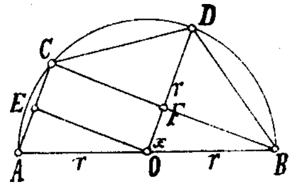
Bocsássuk O-ból AC-re az OE merőlegest, mely AC-t felezi; legyen BC és OD metszési pontja F.



1. Az $AODC$ trapéz magassága $EO = r\sin x$, a párhuzamos oldalak: $AC = 2r\cos x$ és $OD = r$. Így tehát a trapéz területe:

$$t_1 = \frac{r^2 \sin x(1+2\cos x)}{2} = \frac{r^2}{2}(\sin x + 2\sin x\cos x).$$

A $BDC\triangle$ területe pedig

$$t_2 = 2(BOD\triangle - OBF\triangle) = 2\left(\frac{r^2\sin x}{2} - \frac{OF\cdot FB}{2}\right),$$

de

$$OF = r\cos x,\ BF = r\sin x$$

s így

$$t_2 = r^2(\sin x - \sin x\cos x).$$

A két terület összege:

$$t_1 + t_2 = \frac{3r^2\sin x}{2} = S^2,$$

miből

$$\sin x = \frac{2}{3}\frac{S^2}{r^2}.$$

S^2 akkor maximum, ha $\sin x = 1$, tehát ha $x = 90^\circ$.

2. Ha $t_1 = 2t_2$, akkor

$$\frac{r^2}{2}(\sin x + 2\sin x\cos x) = 2r^2(\sin x - \sin x\cos x),$$

miből

$$3\sin x = 6\sin x\cos x,$$

vagy

$$\sin x(2\cos x - 1) = 0,$$

miből vagy

$$\sin x = 0 \text{ s akkor } x = 0^\circ,$$

vagy

$$2\ \cos x - 1 = 0,$$

tehát

$$\cos x = \frac{1}{2},\ x = 60^\circ.$$

3. Ha $t_2 = 2t_1$, akkor

$$\sin x\cos x = 0,$$

miből vagy

$$\sin x = 0 \text{ s így } x = 0^\circ,$$

vagy

$$\cos x = 0 \text{ s így } x = 90^\circ.$$

(König Dénes, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Aczél F., Bartók I., Bayer B., Beck J., Bogdán G., Dessauer A., Hirschfeld Gy., Jánosi I., Klein A., Lázár L., Messik G., Papp F., Perlesz D., Picker G., Pilczer P., Pintér M., Póka Gy., Sasvári J., Schlesinger A., Schmidl I., Simon J., Sümegi Gy., Szmodics H., Tóbiás L., Weisz P., Wohlstein S.