A feladat megoldottnak tekinthető, ha kimutatjuk, hogy a négy Simson-féle egyenes egy és ugyanazon körnek átmérője. Legyen $ABCD$ a kérdéses húrnégyszög és a, b, c, d a csúcsoknak az átlókon levő vetületei, illetőleg a négy Simson-féle egyenes egyes pontjai.

Minthogy

$$AdD\Delta \sim BcC\Delta$$

és

$$EdD\Delta \sim EcC\Delta$$

azért

$$Ad : Bc = Dd : Cc,$$

de

$$Bd : Cd = dE : cE,$$

tehát

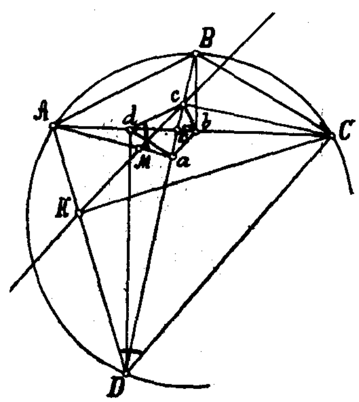
$$Ad : Bc = Ed : Ec,$$

a miből következik, hogy

$$dc \parallel AB.$$

Hasonlóképen ki lehet mutatni, hogy

$$ab \parallel DC,\ cb \parallel AD \text{ és } ad \parallel BC.$$



Ezekből következik, hogy a megfelelő szögek egyenlők; vagyis

(I.) $$cda\sphericalangle = ADC\sphericalangle \ldots \text{stb.}$$

vagyis $abcd$ szintén húrnégyszög.

Legyen a C ponthoz tartozó cK Simson-féle egyenes a BD-re $\perp Aa$ egyenesek metszéspontja M. Akkor, minthogy $CcKD$ pontok szintén egy körön feküsznek (mert $CKD\sphericalangle = DcC\sphericalangle = 90^\circ$):

$$cMa\sphericalangle = 90^\circ Mca\sphericalangle = 90^\circ - KCD\sphericalangle = KDC\sphericalangle.$$

Az (I)-t tekintetbe véve:

$$cMa\sphericalangle = cda\sphericalangle.$$

Vagyis $cdMa$ és b pontok egy kör kerületén vannak. Minthogy pedig $caM\sphericalangle = 90^\circ$, azért cM ezen körnek átmérője, tehát a cMK Simson-féle egyenes az $abcd$ pontokon átmenő kör középpontján halad keresztül.

Hasonlóképen lehet kimutatni, hogy az A, B, D csúcsokhoz tartozó Simson-féle egyenesek mind eme körnek átmérői, tehát egy pontban, ezen körnek középpontjában találkoznak.

(Czank Károly, Déva.)

A feladatot még megoldották: Filkorn J., König D., Krisztián Gy., Lukhaub Gy., Lupsa Gy., Póka Gy., Scharff J., Selényi M.