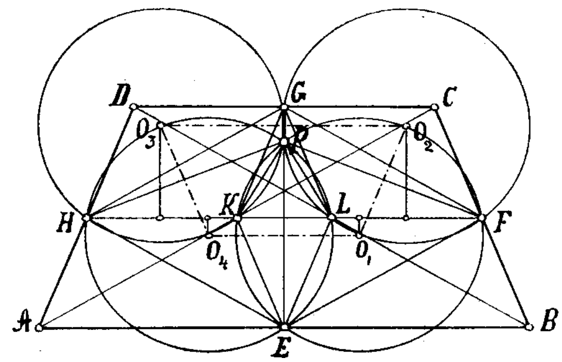
1°. Ha a trapéz oldalainak felezőpontjai rendre E, F, G és H, az AC és BD átlók felezőpontjai K és L, akkor az EFK, FGL, GHK és HEL háromszögek körül rajzolható O_1, O_2, O_3 és O_4 körök az említett háromszögek Feuerbach-féle körei.

Mondjuk, hogy az O_2 és O_3 körök G ponton kívül még P pontban metszik egymást.



$$HPL\sphericalangle = 360^\circ - HPG\sphericalangle - GPL\sphericalangle =$$
$$= 360^\circ - HKG\sphericalangle - (180^\circ - GFL\sphericalangle) =$$
$$= 180^\circ - (HDG\sphericalangle - GDL\sphericalangle) =$$
$$= 180^\circ - HDL\sphericalangle = 180^\circ - HEL\sphericalangle,$$

vagyis $ELPH$ húrnégyszög s így az ELH háromszög körül rajzolható kör P ponton is keresztül megy. Ugyancsak így bizonyítható, hogy az O_1 kör is keresztül megy P ponton.

2°. Kössük össze P-t H, E és F pontokkal:

$$O_2O_3O_4\sphericalangle = 180^\circ - GPH\sphericalangle = 180^\circ - GKH\sphericalangle = 180^\circ - HDG\sphericalangle = A\sphericalangle,$$

$$O_1O_2O_3\sphericalangle = 180^\circ - FPG\sphericalangle = B\sphericalangle,$$
$$O_2O_1O_4\sphericalangle = 180^\circ - EPF\sphericalangle = C\sphericalangle,$$

és

$$O_1O_4O_3\sphericalangle = 180^\circ - EPH\sphericalangle = D\sphericalangle.$$

Minthogy továbbá $O_2O_3 \parallel O_1O_4$, azért O_1O_4 és O_2O_3 aránya egyenlő HF-re való vetületeiknek arányával, vagyis

$$O_1O_4 : O_2O_3 = CD : AB,$$

tehát tényleg

$$O_1O_2O_3O_4 \sim ABCD.$$

(Krisztián György, Pécs.)

A feladatot még megoldották: Krausz B., Lukhaub Gy., Lupsa Gy., Sasvári G., Scharff J.