I. Megoldás.

1°.

$$7^n+1=(6+1)^n+1=6^n+\binom{n}{1}6^{n-1}+\cdots+\binom{n}{n-1}6+2.$$

Minthogy az utolsó tag kivételével minden tag osztható 3-mal, azért 7^n+1 nem osztható 3-mal s így 48-czal sem.

2°.

$$7^n-1=(8-1)^n-1=8^n-\binom{n}{1}8^{n-1}+\cdots+$$

$$+\binom{n}{n-1}8(-1)^{n-1}+[(-1)^n-1].$$

Minthogy 8 tényezője 48-nak, azért szükséges, hogy ezen kifejezés osztható legyen 8-czal, a mi csak úgy lehetséges, ha

$$(-1)^n-1=0$$

vagyis, ha n páros szám. Ezen esetben pedig a fenti kifejezés minden tagja osztható 16-tal. Ha pedig(7^n-1)-et ily alakban írjuk:

$$(6+1)^n-1=6^n+\binom{n}{1}6^{n-1}+\cdots+\binom{n}{n-1}6,$$

akkor láthatjuk, hogy ezen kifejezés osztható 3-mal s így 7^n-1 n páros értékei mellett osztható $3\cdot 16=48$-czal.

(Krisztián György, Pécs.)

II. Megoldás. 1°. Adjunk a megadott kifejezéshez 48-at, akkor $7^n+1+48=7^n+7^2$; 7^n+1 n-nek ugyanazon értékei mellett osztható 48-czal, mint 7^n+7^2. Így tehát a megadott kifejezés helyett ez utóbbit vizsgálhatjuk meg. Minthogy pedig 48-nak s 49-nek közös tényezője nincs, azért 7^n+7^2 n-nek ugyanazon értékei mellett osztható 48-czal, mint $(7^n+7^2):49=7^{n-2}+1$. Eme eljárást folytatva, látjuk, hogy a megadott kifejezés helyett – ha n páros szám – rendre a következőket vizsgálhatjuk meg: $7^{n-2}+1,\ 7^{n-4}+1,\ 7^{n-6}+1\ldots 7^2+1$; ha pedig n páratlan, akkor 7^1+1 kifejezésre jutunk. Minthogy azonban $7^2+1=50$ és $7^1+1=8$ nem oszthatók 48-czal, azért 7^n+1 sem osztható 48-czal.

2°. Hasonlóképpen 7^n-1 helyett, ha n páros szám $7^{n-2}-1,\ 7^{n-4}-1,\ \ldots,\ 7^2-1$ osztható 48-czal, ha n páros szám; ellenben nem osztható 48-czal, ha n páratlan szám, mert $7^1-1=8$ nem osztható 48-czal.

(Kőnig Dénes, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Bayer B., Benedek Zs., Faith F., Filkorn J., Frank A., Freibauer E., Krausz B., Kürth A., Lukhaub Gy., Lupsa Gy., Messik G., Messik V., Oltay K., Póka Gy., Sasvári G., Singer A., Szabó J.