

(1) Legyen a háromszög alapja $2y$, a kör középpontjának távolsága az alaptól x . Ha a forgás az alap körül történik, akkor a keletkező test köbtartalma:

$$v_1 = \frac{2}{3}(r+x)^2\pi y,$$

a köbtartalom akkor a legnagyobb, ha

$$u = (r+x)^2 y$$

a legnagyobb. De

$$y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

s így

$$u = (r+x)^2 \sqrt{r^2 - x^2}$$

vagy

$$u^2 = (r+x)^4 (r^2 - x^2)$$

vagy még

$$u^2 = (r+x)(r+x)(r+x)(r+x)(r+x)(r-x)$$

5-tel szorozva

$$5u^2 = (r+x)(r+x)(r+x)(r+x)(r+x)(5r-5x).$$

Mint hogy a tényezők összege állandó szám: $10r$, azért $5u^2$ akkor a legnagyobb, ha a tényezők egymással egyenlők (K.M.L.V.36. lap), s így a maximum feltétele:

$$r+x = 5r-5x,$$

miből

$$x = \frac{2}{3}r.$$

De ekkor a háromszög magassága: $r + \frac{2}{3}r = \frac{5}{3}r$; a legnagyobb térfogatú kúp térfogata pedig:

$$v_1 = \frac{50}{81}\sqrt{5} \cdot r^3\pi.$$

(2) Ha a forgás a háromszög csúcsán át húzható érintő körül történik, akkor

$$v_2 = 2(r+x)^2\pi y - \frac{2}{3}(r+x)^2\pi y = \frac{4}{3}(r+x)^2\pi y;$$

látjuk, hogy v_2 is akkor maximum, ha $x = \frac{2}{3}r$, vagyis ha a háromszög magassága: $x = \frac{5}{3}r$; a keletkező test köbtartalma ez esetben:

$$v_2 = \frac{100}{81}\sqrt{5} \cdot r^3\pi.$$

(Lukhaub Gyula.)

A feladatot még megoldották: Krausz B., Krisztián Gy., Sasvári G., Weisz J.