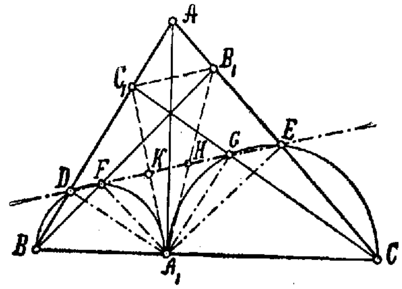
(1) ABA_1B_1 húrnégyszög ($AB_1B\angle = AA_1B\angle = 90°$), ennélfogva az A_1 pont az ABB_1 háromszög köré írható kör kerületén fekszik. Így tehát az A_1 pontból az ABB_1 háromszög oldalaira bocsátott merőlegesek talppontjai D, F és E egyenesen, az A_1 ponthoz tartozó Simson-féle egyenesen (K.M.L.VI.117.) feküsznek.



AC_1A_1C is húrnégyszög, tehát A_1 az AC_1C háromszög köré írható kör kerületén fekszik. Ennélfogva az A_1 pontból az AC_1C háromszög oldalaira bocsátott merőlegesek talppontjai D, G és E is egy egyenesen, az A_1 ponthoz tartozó Simson-féle egyenesen feküsznek. Miután pedig a két egyenesnek két pontja D és E közös, azért a kettő egybeesik s így D, F, G és E pontok csakugyan egy egyenesen feküsznek.

(Weisz József.)

(2) A_1C_1 és A_1B_1 a DE egyenest K és H pontokban metszik. A_1GC_1D és A_1EB_1F derékszögű egyenközények, ennélfogva

$$DK = \frac{A_1C_1}{2} \quad \text{és} \quad EH = \frac{A_1B_1}{2}. \tag{1}$$

Minthogy továbbá

$$A_1K = \frac{A_1C_1}{2} \quad \text{és} \quad A_1H = \frac{A_1B_1}{2},$$

azért

$$HK = \frac{C_1B_1}{2} \tag{2}$$

(1)-et és (2)-t összeadva

$$DK + KH + HE = DE = \frac{A_1C_1 + C_1B_1 + B_1A_1}{2}.$$

(Krisztián György.)

Jegyzet. E feladat lényegileg megegyezik a 659. feladattal, mert az ABC háromszög magasságai a talpponti háromszög szögfelezői.

A feladatot még megoldották: Czank K., Filkorn J., Freibauer E., Kohn B., Krausz B., Lukhaub Gy., Sasvári G., Spiczer Ö.