Jelöljük azon pontokat, melyek az ABC háromszög oldalait a $p:q$ arányban osztják $M,\ N,\ P$-vel; az APN háromszög területét T_A-val, BMP-ét T_B-vel, CMN-ét T_C-vel, ABC-ét T-vel és MNP-ét T_1-gyel; akkor

$$AP=AB\frac{p}{p+q},\ AN=AC\frac{q}{p+q},$$

tehát

$$T_A=\frac{AB\cdot AC\cdot\sin\alpha}{2}\cdot\frac{pq}{(p+q)^2}=T\cdot\frac{pq}{(p+q)^2}.$$

Látjuk, hogy az APN háromszög területe az ABC háromszög oldalaitól független, miért is ugyanazon kifejezés adja a T_B és T_C háromszögek területeit is. Így tehát

$$T_1=T\left(1-\frac{3pq}{(p+q)^2}\right)$$

hasonlóképpen

$$T_2=T_1\left(1-\frac{3pq}{(p+q)^2}\right)=T\left(1-\frac{3pq}{(p+q)^2}\right)^2,\ \text{stb.}$$

A háromszögek területei tehát végtelen mértani sort alkotnak, melynek hányadosa $1-\frac{3pq}{(p+q)^2}$; így tehát a területek összege

$$S=T\frac{(p+q)^2}{3pq}. \tag{1}$$

Jelöljük ama pontokat, melyek az $ABCD$ négyszög oldalait a $p:q$ arányban osztják $M,\ N,\ P,\ Q$-val; a négyszög csúcsainál fekvő háromszögek területeit $t_a,\ t_b,\ t_c,\ t_d$-vel; az eredeti négyszög területét t-vel, az $MNPQ$-ét t_1-gyel. Rajzoljuk meg a négyszög átlóit s jelöljük az ABC háromszög területét t_A-val, az ABC-ét t_B-vel stb. Ekkor az előbbeniek értelmében:

$$t_a=t_A\cdot\frac{pq}{(p+q)^2},\ t_b=t_B\cdot\frac{pq}{(p+q)^2},\ \text{stb.}$$

Tehát

$$t_1=t-2t\frac{pq}{(p+q)^2}=t\left(1-\frac{2pq}{(p+q)^2}\right).$$

A négyszögek területei ismét végtelen mértani haladványt alkotnak, melynek összege:

$$s=t\frac{(p+q)^2}{2pq} \tag{2}$$

(1) és (2)-ből

$$S:s=\frac{T}{3}:\frac{t}{2}.$$

De

$$T:t=3:2$$

s így

$$S:s=1:1.$$

(Krausz Béla.)

A feladatot még megoldották: Filkorn J., Freibauer E., Kornis Ö., Krisztián Gy., Lukhaub Gy., Sasvári G., Weisz J.