

1°. AOO' háromszögből:

$$(1) \quad d^2 = \overline{AO'}^2 + \overline{AO}^2 - 2AO' \cdot AO \cos O'AO,$$

de

$$\overline{AO'}^2 = \frac{r^2}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{s-a}{s}bc$$

$$AO = R$$

$$O'AO\angle = \frac{\alpha}{2} - 90^\circ + \gamma = \frac{\gamma - \beta}{2},$$

tehát

$$d^2 = R^2 + \frac{s-a}{s}bc - 2R \frac{r}{\sin \frac{\alpha}{2}} \cos \frac{\gamma - \beta}{2},$$

de (695. feladat)

$$2 \frac{Rr}{\sin \frac{\alpha}{2}} \cos \frac{\gamma - \beta}{2} = \frac{bc}{2} \left(1 + \frac{s-a}{s} \right)$$

s így

$$d^2 = R^2 + \frac{s-a}{s}bc - \frac{bc}{2} - \frac{s-a}{2s}bc$$

vagy

$$d^2 = R^2 - \frac{abc}{2s} = R^2 - 2 \frac{abc \cdot t}{4t \cdot s} = R^2 - 2Rr.$$

2°. AOO_1 háromszögből:

$$d_1^2 = \overline{AO_1}^2 + R^2 - 2R \cdot AO_1 \cos \frac{\gamma - \beta}{2}.$$

de (694. feladat)

$$\overline{AO_1}^2 = \frac{s}{s-a}bc$$

és

$$2R \cdot AO_1 \cos \frac{\gamma - \beta}{2} = \frac{bc}{2} \left(1 + \frac{s}{s-a} \right)$$

s így

$$d_1^2 = R^2 + \frac{s}{s-a}bc - \frac{bc}{2} - \frac{bcs}{2(s-a)} = R^2 + \frac{abc}{2(s-a)} = R^2 + 2 \frac{abc}{4t} \cdot \frac{2t}{s-a} = R^2 + 3Rr_1.$$

3°.

$$d^2 + d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 = 4R^2 + 2R(r_1 + r_2 + r_3 - r).$$

De (503. feladat)

$$r_1 + r_2 + r_3 - r = 4R$$

s így

$$d^2 + d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 = 12R^2.$$

(Sasvári Géza.)

A feladatot még megoldották: Boros J., Freibauer E., Kornis Ö., Krausz B., Krisztián Gy., Lukhaub Gy., Perl Gy.