[1] 1°. Minthogy

$$\sin\alpha = \frac{a}{2R}, \quad \sin\beta = \frac{b}{2R}, \quad \sin\gamma = \frac{c}{2R},$$

azért

$$\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = \frac{a+b+c}{2R} = \frac{s}{R}.$$

2°.

$$\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 1 + 4\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2},$$

de

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{s_2 s_3}{bc}},\ \sin\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{s_1 s_3}{ac}},\ \sin\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{s_1 s_2}{ab}}$$

s így

$$\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 1 + 4\frac{s_1 s_2 s_3}{abc} =$$

$$1 + \frac{\frac{t}{s}}{\frac{abc}{4t}} = 1 + \frac{r}{R}.$$

(Lukhaub Gyula.)

Megoldások száma: 11.

[1]A következő jelöléseket alkalmazzuk: $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, $s_1 = s-a$, $s_2 = s-b$, $s_3 = s-c$. R a háromszög köré írható kör sugara, O a középpontja, r a háromszögbe írható kör sugara, O' e kör középpontja; r_1, r_2, r_3 a háromszög oldalait kívülről érintő körök sugarai; O_1, O_2, O_3 e körök középpontjai. $OO' = d$, $OO_1 = d_1$, $OO_2 = d_2$, $OO_3 = d_3$. A beírt kör K_1, K_2, K_3 pontokban érinti a háromszög oldalait; az r_1, r_2, r_3 sugarú körök K_1', K_1'', K_1''', K_2', K_2'', K_2''' K_3', K_3'', K_3''' pontokban érintik a háromszög oldalait.