1°. A determinánsok elmélete alapján:

$$x=\begin{vmatrix}1 & r & -q\\ r & -1 & p\\ -q & -p & 1\end{vmatrix}:\Delta=\frac{1-r^2+p^2-q^2}{\Delta},$$

$$y=\begin{vmatrix}1 & 1 & -q\\ -r & r & p\\ q & -q & 1\end{vmatrix}:\Delta=\frac{2(r+pq)}{\Delta}$$

és

$$z=\begin{vmatrix}1 & r & 1\\ -r & 1 & r\\ q & -p & -q\end{vmatrix}:\Delta=\frac{2(rp-q)}{\Delta},$$

ahol

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & r & -q\\ -r & 1 & p\\ q & -p & 1\end{vmatrix}=1+r^2+p^2+q^2,$$

vagyis az ismeretlenek coefficienseiből alakuló harmadfokú determináns.

2°.

$$x'=\begin{vmatrix}-r & r & -q\\ 1 & 1 & p\\ p & -p & 1\end{vmatrix}:\Delta'=\frac{2(pq-r)}{\Delta'}$$

$$y'=\begin{vmatrix}1 & -r & -q\\ -r & 1 & p\\ q & p & 1\end{vmatrix}:\Delta'=\frac{1-r^2-p^2+q^2}{\Delta'}$$

és

$$z'=\begin{vmatrix}1 & r & -r\\ -r & 1 & 1\\ q & -p & p\end{vmatrix}:\Delta'=\frac{2(p+rq)}{\Delta'}$$

a hol

$$\Delta'=\begin{vmatrix}1 & r & -q\\ -r & 1 & p\\ q & -p & 1\end{vmatrix}=1+r^2+p^2+q^2.$$

3°.

$$x''=\begin{vmatrix}q & r & -q\\ -p & 1 & p\\ 1 & -p & 1\end{vmatrix}:\Delta''=\frac{2(q+rp)}{\Delta''}$$

$$y''=\begin{vmatrix}1 & q & -q\\ -r & -p & p\\ q & 1 & 1\end{vmatrix}:\Delta''=\frac{2(rq-p)}{\Delta''}$$

és

$$z''=\begin{vmatrix}1 & r & q\\ -r & 1 & -p\\ q & -p & 1\end{vmatrix}:\Delta''=\frac{1+r^2-p^2-q^2}{\Delta''}$$

a hol

$$\Delta''=\begin{vmatrix}1 & r & -q\\ -r & 1 & p\\ q & -p & 1\end{vmatrix}=1+r^2+p^2+q^2.$$

Ezekből tehát láthatjuk, hogy

$$\Delta=\Delta'=\Delta''=1+r^2+p^2+q^2.$$

(Krisztián György.)

A feladatot még megoldották: Bobál S., Freibauer E., Groffits G., Kiss A., Lukhaub Gy., Prohászka J., Weisz Á., Weisz J.