Ha a megadott egyenlőség mindkét oldalát 2-vel szorozzuk s a baloldalhoz $2ac-2ac$-t hozzáadunk, akkor:

$$2a^2+2c^2+2ac-2ac=4b^2$$

vagy

$$(c+a)^2+(c-a)^2=4b^2$$

miből látjuk, hogy úgy $c+a$, mint $c-a$ páros szám; legyen ennélfogva

$$c+a=2p,\ c-a=2q.$$

Ekkor

$$c^2-a^2=4pq \text{ és } p^2+q^2=\frac{2c^2+2a^2}{4}=b^2.$$

c^2-a^2 tehát akkor osztható 48-czal, ha pq osztható 12vel; e végből kimutatjuk, hogy pq osztható 3-mal és 4-gyel.

1°. Tegyük föl, hogy sem p sem q nem osztható 3-mal; ekkor tehát $p=3\alpha\pm1,\ q=3\beta\pm1$ s így

$$p^2+q^2=9\alpha^2\pm6\alpha+1+9\beta^2\pm6\beta+1=$$

$$=3(3\alpha^2\pm2\alpha+3\beta^2\pm2\beta)+2=b^2,$$

a mi lehetetlen, mert egy számnak a négyzete vagy osztható 3-mal, vagy 1-gyel nagyobb 3-nak valamely többszörösénél. Ennélfogva p és q tényezők közül az egyik osztható 3-mal.

2°. Tegyük föl, hogy p és q páratlan számok, tehát $p=2k+1$, $q=2l+1$, ekkor

$$p^2+q^2=4(k^2+k+l^2+l)+2=b^2$$

a mi ismét lehetetlen, mert ha egy egész számnak a négyzete páros szám, úgy e négyzet osztható 4-gyel.

p és q tényezők közül tehát az egyik mindenesetre páros szám.

Legyen pl. p páros és q páratlan szám. Minthogy

$$p^2=b^2-q^2$$

következik, hogy b is páratlan. De két páratlan szám négyzetének a külömbsége osztható 8-czal, s így p mindenesetre osztható 4-gyel.

Minthogy tehát pq osztható 3-mal és 4-gyel, azért $4pq=c^2-a^2$ osztható 48-czal.

A feladatot megoldották: Freibauer E., Lukhaub Gy., Prohászka J.