[1]

$$
\begin{aligned}
r_1 - r + r_2 + r_3 &= \frac{t}{s-a} - \frac{t}{s} + \frac{t}{s-b} + \frac{t}{s-c} = \\
&= \frac{at}{s(s-a)} + \frac{t[2s-(b+c)]}{(s-b)(s-c)} = \\
&= at\left[\frac{1}{s(s-a)} + \frac{1}{(s-b)(s-c)}\right] = at\frac{(s-b)(s-c)+s(s-a)}{ss_1s_2s_3} = \\
&= at\frac{2s^2 - s(a+b+c)+bc}{t^2} = \frac{abc}{t} = 4R.
\end{aligned}
$$

(Perl Gyula.)

Megoldások száma: 21.

[1] A következő jelöléseket alkalmazzuk: $s = \frac{a+b+c}{2}$, $s_1 = s-a$, $s_2 = s-b$, $s_3 = s-c$. R a háromszög köré írható kör sugara, O a középpontja, r a háromszögbe írható kör sugara, O' e kör középpontja; r_1, r_2, r_3 a háromszög oldalait kívülről érintő körök sugarai; O_1, O_2, O_3 e körök középpontjai. $OO' = d$, $OO_1 = d_1$, $OO_2 = d_2$, $OO_3 = d_3$. A beírt kör K_1, K_2, K_3 pontokban érinti a háromszög oldalait; az r_1, r_2, r_3 sugarú körök K_1', K_1'', K_1''', K_2', K_2'', K_2''' K_3', K_3'', K_3''' pontokban érintik a háromszög oldalait.