[1] 1°. Ismeretes, hogy

$$r=\frac{2t}{a+b+c}=\frac{2t}{2s}=\frac{t}{s};\ r_1=\frac{2t}{b+c-a}=\frac{2t}{2s_1}=\frac{t}{s_1};$$

ennélfogva

$$r^2=\frac{t^2}{s^2}=\frac{ss_1s_2s_3}{s^2}=\frac{s_1s_2s_3}{s};$$

$$r_1^2=\frac{t^2}{s_1^2}=\frac{ss_1s_2s_3}{s_1^2}=\frac{ss_2s_3}{s_1},\text{stb.}$$

2°.

$$r=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}=\frac{s-a}{t}+\frac{s-b}{t}+\frac{s-c}{t}=$$

$$=\frac{3s-(a+b+c)}{t}=\frac{s}{t}=\frac{1}{r}.$$

3°.

$$rr_1r_2r_3=\frac{t}{s}\cdot\frac{t}{s-a}\cdot\frac{t}{s-b}\cdot\frac{t}{s-c}=$$

$$=\frac{t^4}{t^2}=ss_1s_2s_3.$$

(Perl Gyula, Győr.)

Megoldások száma: 23.

---

[1] A következő jelöléseket alkalmazzuk: $s=\dfrac{a+b+c}{2}$, $s_1=s-a$, $s_2=s-b$, $s_3=s-c$. R a háromszög köré írható kör sugara, O a középpontja, r a háromszögbe írható kör sugara, O' e kör középpontja; r_1,r_2,r_3 a háromszög oldalait kívülről érintő körök sugarai; O_1, O_2, O_3 e körök középpontjai. $OO'=d$, $OO_1=d_1$, $OO_2=d_2$, $OO_3=d_3$. A beírt kör K_1, K_2, K_3 pontokban érinti a háromszög oldalait; az r_1, r_2, r_3 sugarú körök K_1', K_1'', K_1''', K_2', K_2'', K_2''' K_3', K_3'', K_3''' pontokban érintik a háromszög oldalait.