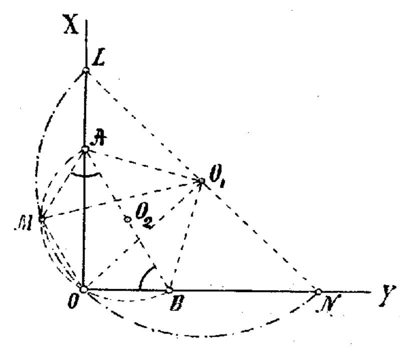
I. Megoldás. Vigyük fel k-t a derékszög OX és OY száraira s jelöljük az így kapott pontokat L és N betűkkel. M pont mértani helye az LON derékszögű háromszög köré írható, O_1 középpontú félkör.



Bizonyítás. $ALO_1\sphericalangle = O_1OB\sphericalangle = 45°$, $O_1O = O_1L$, $AL = OB$, (mert $AO + AL = AO + OB$) s így $LAO_1\triangle \cong BOO_1\triangle$, tehát $AO_1 = BO_1$. Az $ABOM$ trapéz egyenlőszárú (mert $OM \parallel AB$) s így $AM = OB$, $MAB\sphericalangle = ABO\sphericalangle$. De $O_1AB\sphericalangle = ABO_1\sphericalangle$, tehát $MAO_1\sphericalangle = OBO_1\sphericalangle$, tehát $MAO_1\sphericalangle = OBO_1\sphericalangle$. Ennélfogva $AO_1M\triangle \cong OBO_1\triangle$ s így $MO_1 = OO_1$. Látjuk tehát, hogy bármely helyzetbe kerüljön is M, az O_1-től való távolsága mindig egyenlő OO_1-gyel. M pont mértani helye tehát az $OO_1 = \frac{k}{2}\sqrt{2}$ sugárral leírt félkör.

(Devecis Mihály.)

II. Megoldás. Legyen $OB = p$; az AOB háromszög köré írható kör O_2 középpontjának coordinátái: $x_1 = \frac{p}{2}$, $y_1 = \frac{k-p}{2}$. E kör egyenlete tehát:

$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{k-p}{2}\right)^2 = \frac{p^2}{4} + \left(\frac{k-p}{2}\right)^2$$

vagy

$$x^2 + y^2 - px - (k-p)y = 0 \tag{1}$$

AB egyenes egyenlete:

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{k-p} = 1$$

vagy

$$y = \frac{p-k}{p}x + 1$$

tehát a coordinátarendszer kezdőpontján átmenő s AB-vel párhuzamos OM egyenes egyenlete:

$$y = \frac{p-k}{p}x;$$

ezen egyenletből

$$p = \frac{kx}{x-y} \tag{2}$$

(2)-t (1)-be téve:

$$x^2 + y^2 - \frac{kx^2}{x-y} - \left(k - \frac{kx}{x-y}\right)y = 0$$

vagy

$$x^2 + y^2 - kx - ky = 0$$

vagy végre

$$\left(x - \frac{k}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{k}{2}\right)^2 = \frac{k^2}{2}.$$

Látjuk, hogy az M pont mértani helye oly kör, melynek sugara $\frac{k}{2}\sqrt{2}$, s mely az O ponton megy át. Középpontjának koordinátái $\frac{k}{2}$ és $\frac{k}{2}$. A tengelyeket L és N pontokban metszi, mely pontok coordinátái k és k.

A feladatot még megoldották: Détshy K., Kertész L., Kornis Ö., Krausz B., Krisztián Gy., Roth M., Sasvári G., Spitzer Ö., Szabó I., Szabó K.