

$S_1S_2S_3$  illetve  $S_a, S_b, S_c$  oly körök középpontjai, melyekben az  $ABC$  háromszög oldalaihoz mint húrokhoz,  $60^\circ$ , illetve  $120^\circ$ -ú kerületi szögek tartoznak. Az  $S_1S_2S_3$ , illetve  $S_a, S_b, S_c$  körök tehát egy-egy  $P$  vagy  $P'$  pontban metszik egymást és az  $APB, APC, BPC, AP'B, AP'C$  és  $BP'C$  szögek értéke  $120^\circ$  vagy  $60^\circ$ . Az  $S_1S_2S_3$  és az  $S_aS_bS_c$  háromszögek oldalai, mint középpontvonalak e szögek száraitra, mint közös húrokra merőlegesek, az általuk bezárt szögek értéke tehát  $60^\circ$ . Ennélfogva a két háromszög szabályos.

A tétel második részét az  $S_1S_2S_3$  háromszögre bizonyítjuk be; az  $S_a, S_b, S_c$  háromszögre a bizonyítás ugyanaz.

Legyenek  $ABC$  háromszög oldalfelező pontjai  $A'B'C'$ , súlypontja  $S$ ; az egyenlő oldalú háromszögek csúcsai  $A, B, C$ -n kívül  $A_1, B_1, C_1$ . A  $B_1AB$  és  $CAC_1$  háromszögek egybevágók, mert  $B_1A = CA, AB = AC_1, \angle B_1AB = \angle CAC_1 = A + 60^\circ$ .

Ennélfogva  $BB_1 = CC_1$ , hasonlóképp  $BB_1 = AA_1$ ; tehát  $AA_1 = BB_1 = CC_1$ .

Az  $A'A$  és  $A'A_1$  egyeneseket  $S$  és  $S_1$  ugyanazon  $(1 : 2)$  arányban osztják, tehát  $SS_1 = \frac{AA_1}{3}$ ; épp így

$$SS_2 = \frac{BB_1}{3}, \quad SS_3 = \frac{CC_1}{3}$$

vagyis

$$SS_1 = SS_2 = SS_3$$

$S$  az  $S_1S_2S_3$  szabályos háromszög csúcsaitól egyenlő távolságra van és így e háromszög súlypontja.

(Riesz Frigyes.)

A feladatot még megoldotta: Kornis Ödön.